PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 19 — 1. Oktober 1930 — Redaktionsschluß für Nr. 21 am 10. Oktober 1930 — 31. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Hoffmann, Messung von zeitlich veränderlichen Spannungsvorgängen mit Hilfe des Kerreffekts. S. 841.

M. Schuler, Betrachtungen über die Stabilität bewegter Systeme S. 849.

G. v. Békésy, Zur Theorie des Hörens. Über das Richtungshören bei einer Zeitdifferenz oder Lautstärkenungleichheit der beiderseitigen Schalleinwirkungen. (Mitteilung aus dem k. ung. Telegraphentechnischen Versuchsamt, Budapest.) (Schluß.) S. 857.

H. Lassen, Frequenzabhängigkeit der Funkenspannung in Luft. (Vorläufige Mitteilung.) S. 868.

Besprechungen:

A. Hay, Die Photographie in Wissenschaft und Praxis. S. 870.

A. Hay, Handbuch der wissenschaftlichen und angewandten Photographie. Bd. III: Photochemie und photographische Chemikalienkunde. S. 870.

A. Hay, Handbuch der wissenschaftlichen und angewandten Photographie. Bd. VIII: Farbenphotographie. S. 871.

L. Prandtl u. A. Betz, Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik. S. 871.

H. Schmidt, Aerodynamik des Fluges. S. 871.

Berichtigung. S. 872.

Tagesereignisse. S. 872.

Personalien. S. 872.

Gesuche. S. 872.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Messung von zeitlich veränderlichen Spannungsvorgängen mit Hilfe des Kerreffekts.

Von K. Hoffmann.

I. Einleitung.

In dieser Arbeit wurde auf Anregung von Herrn Prof. Dr. Försterling untersucht, inwieweit es möglich ist, mit Hilfe der elektro-optischen Doppelbrechung (Kerreffekt)[1]) zeitlich rasch veränderliche elektrische Felder zu messen.

Kerrzellen erscheinen für solche Spannungsmessungen sehr geeignet. Denn die Relaxationszeit des Kerreffektes ist im allgemeinen kleiner als 10^{-8} sec[2]). Bei Verwendung von Chlorbenzol oder Schwefelkohlenstoff ist der Ohmsche Widerstand einer Kerrzelle sehr hoch. Ihre geringe Kapazität (wenige Zentimeter) wirkt nur bei allerhöchsten Frequenzen störend. Besonders günstig ist, daß die Kapazität einer Kerrzelle praktisch nicht von der angelegten Spannung abhängt[3]), was ja leider bei den meisten elektrostatischen Meßmethoden der Fall ist. Nachteilig für eine praktische Verwertung des Kerreffektes ist die starke Temperaturabhängigkeit dieses Effektes[4]).

Schon im Jahre 1910 hat Tauern[5]) im Institut von Himstedt Gleichspannungen mit Hilfe des Kerreffektes gemessen. Die benutzte Versuchsanordnung ist in Fig. 1 dargestellt. Da die in einer Kerrzelle K erzeugte Phasenverzögerung proportional dem Quadrate der angelegten Spannung ist, so braucht man nur mit einem Babinet-Soleil-Kompensator B_1 die Größe der Doppelbrechung zu bestimmen, um

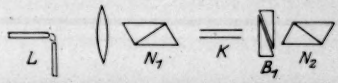


Fig. 1. L Bogenlampe; N_1, N_2 gekreuzte Nikols; B_1 Kompensator; K Kerrzelle.

nach Eichung der Versuchsanordnung die an der Kerrzelle liegende Gleichspannung zu kennen[1]).

Die folgende Arbeit beschränkt sich auf die Untersuchung, inwieweit man Spannungsvorgänge bei elektro-optischen Verfahren durch Mittelwertmessungen erfassen kann. Zu diesem Zwecke wurden in dieser Arbeit die Versuchsanordnungen I und II entwickelt.

Bei Versuchsanordnung I ist die Meßanordnung dieselbe wie die von Tauern. Es mag an die Kerrzelle K in Fig. 1 eine zeitlich so rasch veränderliche Spannung gelegt werden, daß das Auge der hierdurch bedingten Schwankung der Lichtintensität nicht zu folgen vermag, vielmehr einen Mittelwert wahrnimmt. Der Mo-

1) Literaturzusammenstellung: G. Szivessy, Jahrbuch d. Radioaktiv. u. Elektronik **16**, 241, 1920. P. Debye, Handbuch der Radiologie VI, 597, 1925.

2) I. W. Beams and F. Allison, Phil. Mag. (7) **3**, 1109, 1927.

3) J. Malsch, Physik. Zeitschr. **29**, 770, 1928.

4) C. Bergholm, Ann. d. Phys. **51**, 414, 1916.

5) O. D. Tauern, Ann. d. Phys. **32**, 1066, 1910.

1) Bei den Messungen wurde öfters an Stelle des Babinet-Soleil-Kompensators ein Babinet-Kompensator benutzt. Nur um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, wird im theoretischen Teil dieser Arbeit immer angenommen, daß der benutzte Kompensator ein Babinet-Soleil-Kompensator sei.

mentanwert I der durchgelassenen Lichtintensität ist abhängig von der arithmetischen Summe der in K und B_1 erzeugten relativen Phasenverzögerungen. Der zu untersuchende Spannungsvorgang besitze eine Periode. Das Integral $\int_t^{t+T} I\,dt$, gebildet aus den Momentanwerten I des durchgelassenen Lichts, integriert über die Beobachtungszeit t bis $(t+T)$ ist gleich der Lichtmenge, die in unser Auge gelangt. Als Lichtintensität beobachtet unser Auge also den zeitlichen Mittelwert $\frac{1}{T}\int_t^{t+T} I\,dt$. Da der Momentanwert I von der Stellung des Kompensators abhängt, ist auch der zeitliche Mittelwert eine Funktion der Kompensatoreinstellung. Bei den Messungen (vgl. S. 845) wird diejenige Stellung des Kompensators aufgesucht, bei der dieser zeitliche Mittelwert der beobachteten Lichtintensität ein Minimum wird. Es wird durch Rechnung (vgl. Gl. 12) und Messung (vgl. S. 845 ff.) gezeigt, daß diese Kompensatorstellung praktisch hinreichend genau dem Effektivwert des Spannungsvorganges an der Kerrzelle entspricht. Es ergibt sich also die Möglichkeit, mit einer Kerrzelle dieselben Messungen wie mit einem elektrostatischen Voltmeter auszuführen.

Versuchsanordnung II: Vor die Meßanordnung in Fig. 1 wird eine weitere Kerrzelle K_1 mit einem Nikol N_1 gesetzt (Fig. 2). Die zu messende Spannung liegt gleichzeitig an den beiden Kerrzellen. Auch die ersten beiden Nikols N_1 und N_2 sind gekreuzt und sorgen

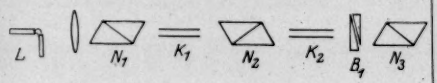


Fig. 2. L Bogenlampe; N_1, N_2, N_3 Nikols; B_1 Kompensator; K_1, K_2 Kerrzellen.

dafür, daß nur dann, wenn Spannung an K_1 liegt, Licht zum Beobachter gelangen kann. Bei Versuchsanordnung II steht die Kompensationsstellung in enger Beziehung zum Maximalwert des gemessenen Spannungsvorganges (vgl. Gl. 22 und 23).

Bei kleinen Spannungen ist nämlich die von N_1, K_1, N_2 durchgelassene Lichtintensität proportional der 4. Potenz der gerade an K liegenden Spannung E. Deshalb wird bei zeitlich veränderlichen Spannungen der Hauptanteil des Lichtes hindurchgelassen, wenn E nur wenig von der Spitzenspannung E_0 abweicht. Infolge dieser Siebwirkung wird im folgenden die erste Zelle K_1 als Siebzelle bezeichnet werden. Die andere Zelle K_2 nennen wir Meßzelle.

Besonders geeignet ist Verfahren II zur Messung von Spannungsvorgängen, deren Bild

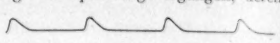


Fig. 3.

die Fig. 3 zeigt, denn die Siebzelle läßt nur dann Licht hindurch, wenn an ihr Spannung liegt.

II. Theoretischer Teil.

1. Versuchsanordnung I.

Die Spannung E, die an der Kerrzelle K in Fig. 1 liegt, ist eine Funktion der Zeit t, was wir durch die Gleichung

$$E = E_0 \cdot \varphi(t) \qquad (1)$$

zum Ausdruck bringen. Die Größe E_0 (Spitzenspannung oder Amplitude) ist so gewählt, daß $-1 \leq \varphi(t) \leq +1$ ist. Befindet sich zwischen gekreuzten Nikols ein doppelbrechendes Medium, dessen Schwingungsrichtungen mit den Polarisationsrichtungen der Nikols Winkel von 45° bilden, so ist die von der Versuchsanordnung durchgelassene Lichtintensität I eine bekannte Funktion der relativen Phasenverzögerung δ zwischen den beiden Strahlen. Die Formel[1]) lautet:

$$I = C \cdot (1 - \cos 2\pi\delta). \qquad (2)$$

C ist ein von der Versuchsanordnung abhängiger konstanter Faktor. Bei Versuchsanordnung I setzt sich δ zusammen aus der Phasendifferenz Δ, die der Kompensatorstellung entspricht und der Phasendifferenz δ_1, die in der Kerrzelle erzeugt wird. Für δ_1 ergibt sich nach dem Kerrschen Gesetz und nach (1):

$$\delta_1 = B\frac{E^2 \cdot l_1}{a_1^2} = B\frac{E_0^2 \cdot l_1}{a_1^2}\,\varphi^2(t) \qquad (3)$$

(B Kerrkonstante; l_1 Länge der Elektroden; a_1 ihr Abstand.)

Es ist

$$\delta = \delta_1 + \Delta. \qquad (4)$$

Der Beobachter beobachtet einen zeitlichen Mittelwert von I.

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} I\,dt = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} C\cdot[1 - \cos 2\pi(\delta_1 + \Delta)]\,dt. \qquad (5)$$

Der Kompensator wird durch Variation von Δ so eingestellt, daß das Integral ein Minimum ist[1]). Differenziation nach Δ ergibt als Bedingung hierfür:

$$\int_t^{t+T} \sin 2\pi(\delta_1 + \Delta^*)\,dt = 0. \qquad (6)$$

1) W. Ilberg, Physik. Zeitschr. 29, 670, 1928.
1) Diesen bestimmten Δ-Wert bezeichnen wir mit Δ^*.

Bei den Messungen wird zweckmäßigerweise die Dimension der Kerrzelle so gewählt, daß die in Betracht kommenden Phasendifferenzen klein sind. Dann können wir für den Sinus sein Argument setzen. Unsere Minimumbedingung ergibt in dieser Näherung

$$\int_{t}^{t+T} (\delta_1 + \Delta^*)\, dt = 0. \tag{7}$$

Nach Δ^* aufgelöst

$$\Delta^* = -\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} \delta_1\, dt. \tag{8}$$

Aus (3) folgt

$$\Delta^* = -\frac{B \cdot E_0^2 \cdot l_1}{T \cdot a_1^2}\int_{t}^{t+T} \varphi^2(t)\, dt. \tag{10}$$

An Stelle von Δ^* führen wir die Hilfsgröße E^* ein, definiert durch

$$\Delta^* = -B \cdot \frac{E^{*2} \cdot l_1}{a_1^2}. \tag{11}$$

E^* aus (11) wäre eine Gleichspannung, die nach (3) an der Kerrzelle gerade die Phasendifferenz $-\Delta^*$ erzeugen würde. Aus (10) folgt

$$E^* = E_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} \varphi^2(t)\, dt}. \tag{12}$$

Wir erkennen, daß die vom Kompensator gemessene Spannung E^* gerade der Effektivwert der Wechselspannung

$$E = E_0 \cdot \varphi(t) \tag{13}$$

ist. Das Verfahren ist also für die Messung solcher Spannungsvorgänge geeignet, bei denen die Effektivspannung eine Bedeutung besitzt. Das heißt also, Verfahren I kommt zur Messung einfach periodischer Vorgänge in Frage.

Das Experiment muß entscheiden, ob auch bei Wechselspannungen die Schärfe des Minimums ausreicht, um deren Lage bestimmen zu können.

2. Versuchsanordnung II.

Dieselben Rechnungen wie für Versuchsanordnung I können auch für Versuchsanordnung II durchgeführt werden. Der Aufbau und die Wirkungsweise von Versuchsanordnung II (Fig. 2) ist in der Einleitung besprochen worden.

An beiden Kerrzellen K_1 und K_2 liegt der zu messende Spannungsvorgang:

$$E = E_0 \cdot \varphi(t). \tag{14}$$

Die Kerrzellen sind so dimensioniert, daß die in ihnen von E hervorgerufenen relativen Phasenverzögerungen klein sind. $\varphi(t)$ braucht keine rein periodische Funktion zu sein.

Die Phasendifferenzen, die in der ersten bzw. zweiten Kerrzelle (K_1 bzw. K_2) entstehen, bezeichnen wir mit δ_1 bzw. δ_2. Vom Kompensator B_1 rührt die Phasendifferenz Δ her.

Entsprechend (2) und (5) erhält man in diesem Falle als zeitlichen Mittelwert der Lichtintensität, die im Zeitintervall T durchgelassen wird:

$$\int_{t}^{t+T} I\, dt = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} C \cdot [1 - \cos 2\pi\, \delta_1] \cdot [1 - \cos 2\pi\, (\delta_2 + \Delta)] \cdot dt. \tag{15}$$

Differenziation von (15) nach Δ ergibt für die Kompensatorstellung Δ^* bei größter Dunkelheit (Lichtminimum)

$$\int_{t}^{t+T} [1 - \cos 2\pi\, \delta_1] \cdot \sin 2\pi\, (\delta_2 + \Delta^*)\, dt = 0. \tag{16}$$

Hierfür können wir näherungsweise setzen

$$\int_{t}^{t+T} \delta_1^2\, (\delta_2 + \Delta^*)\, dt = 0 \tag{17}$$

oder

$$-\Delta^* = \frac{\int_{t}^{t+T} \delta_1^2 \delta_2\, dt}{\int_{t}^{t+T} \delta_1^2\, dt}. \tag{18}$$

Genau wie weiter oben wollen wir δ_1, δ_2, Δ^* ersetzen durch

$$\delta_1 = B \cdot \frac{E_0^2 l_1}{a_1^2} \cdot \varphi^2(t), \tag{19}$$

$$\delta_2 = B \cdot \frac{E_0^2 l_2}{a_2^2} \cdot \varphi^2(t), \tag{20}$$

$$\Delta^* = -B \frac{E^{*2} l_2}{a_2^2}. \tag{21}$$

In diesen Gleichungen bedeutet E_0 die Amplitude des Spannungsvorganges $E = E_0 \cdot \varphi(t)$. Die Spannung E^* entspricht der Kompensatorstellung Δ^* bei Lichtminimum.

Dann erhalten wir aus (18)

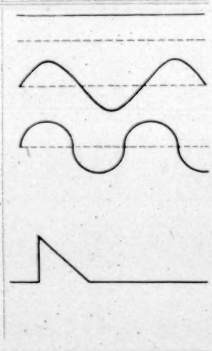
$$E^* = \sigma \cdot E_0, \tag{22}$$

wobei

$$\sigma = \sqrt{\frac{\int_{t}^{t+T} \varphi^6(t)\, dt}{\int_{t}^{t+T} \varphi^4(t)\, dt}} \tag{23}$$

ist. Nach (22) können wir aus E^* die Amplitude E_0 der Wechselspannung berechnen.

Die Tabelle zeigt für verschiedenen Spannungsverlauf die dazugehörigen Werte des Faktors σ aus (23).

$\varphi(t)$	σ	Bild der Kurve
1	1	
$\sin \omega t$	$\sqrt{\frac{5}{6}} = 0{,}913$	
$\sqrt{1-t^2}$	$\sqrt{\frac{6}{7}} = 0{,}926$	
e^{-at^2}	$\sqrt[4]{\frac{4}{6}} = 0{,}904$	
$1-t$	$\sqrt{\frac{5}{7}} = 0{,}846$	
e^{-at}	$\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}817$	

$\varphi(t)$	$a = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$	σ	
Gedämpfte Schwingung	10	0,81	aperiodisch
„	2	0,87	aperiodisch
„	1	0,90	Grenzfall
„	0,8	0,906	periodisch
„	0,6	0,912	periodisch

Der Faktor σ hängt also relativ wenig von der Gestalt der Spannungskurve ab. Man kann daher auch ohne Kenntnis des genauen Spannungsverlaufes Schlüsse auf die Maximalspannung ziehen.

Wir müssen noch den Fehler betrachten, der in (22) enthalten ist, da wir in (17) die höheren Glieder der Taylorschen Entwicklung vernachlässigt haben. Man kann mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Integralrechnung eine Abschätzung durchführen. Wenn

$$\delta_1 \leq \frac{B l_1 E_0^2}{a_1^2} < \frac{1}{10}$$

und

$$\delta_2 \leq \frac{B l_2 E_0^2}{a_2^2} < \frac{1}{10},$$

beträgt der in E^* enthaltene Fehler weniger als $^1/_2$ Proz.

III. Der Aufbau der Meßanordnung.

Bevor die einzelnen Meßreihen dargestellt werden, soll zunächst die bei allen Messungen benutzte Versuchsanordnung beschrieben werden. Da beim Aufbau der Versuchsanordnung die Ergebnisse früherer Arbeiten über den Kerreffekt weitgehend benutzt wurden, so können wir uns an dieser Stelle kurz fassen.

Als Lichtquelle dient eine kleine Leitz-Bogenlampe, die in einem Blechkasten eingebaut ist, um störendes Nebenlicht zu vermeiden. Der weißglühende Krater der positiven Kohle wird mit einer Linse auf den Spalt eines Kollimators abgebildet. Die Brennweite der Kollimatorlinse beträgt 30 cm. Eine viereckige Blende verhindert, daß das so erzeugte parallele Licht die Elektroden der Kerrzellen trifft.

Die Kerrzellen sind aus Glas. Die beiden Elektroden aus Messing sind mit Metallkitt nach Rawson[1]) befestigt. Durch zwei eingekittete Glasbügel werden sie in bestimmtem festem Abstande gehalten. An den Enden der Glasröhre ist eine Messingscheibe mit einem Loch in der Mitte angekittet. Über dieses Loch, durch das das Licht ein- bzw. austreten kann, ist ein Deckgläschen mit Rollermasse geklebt.

Zu manchen Messungen wird auch eine von Schott-Gen., Jena, geblasene Kerrzelle verwandt. Ihre Nickelelektroden sind an das Glas angeschmolzen. Die Endflächen dieser Kerrzelle sind planparallele, angeschmolzene Glasscheiben. Die beim Abkühlen entstandene Doppelbrechung der Endflächen ist recht gering ($^1/_{75}\,\lambda$) und kann mit dem Kompensator hinreichend genau kompensiert werden, falls die Kerrzelle als Meßzelle benutzt wird.

Zeitweilig dient als Kerrzelle eine gewöhnliche Küvette, die mit einer Glasscheibe zugedeckt ist. Die äußerst geringe Doppelbrechung an den Endflächen kann wieder durch den Kompensator aufgehoben werden.

Der Elektrodenabstand beträgt 3 bis 5 mm, ihre Länge 5 bis 10 cm. Der große Abstand soll die Reflexion der Randstrahlen verhindern. Nur, als zeitweilig mit einer Kerrzelle allein gearbeitet wird, beträgt der Elektrodenabstand 1,7 mm.

Die Auswahl einer geeigneten Flüssigkeit zur Füllung der Kerrzellen bereitete einige Mühe. Versuche, Nitrobenzol zu verwenden, scheiterten auch dann, als, dem Beispiele von Karolus folgend, Gleichspannung als Reinigungsvorspannung benutzt wurde. Daß Nitrobenzol bei Messungen Schwierigkeiten bereitet, ist in der Literatur[2]) ausführlich diskutiert worden. Bewährt haben sich durch ihren hohen Ohmschen Widerstand Chlorbenzol und Schwefelkohlenstoff. Da Chlorbenzol die höhere Kerrkonstante besitzt, wurde zunächst Chlorbenzol bevorzugt. Im Laufe der Untersuchung stellte es sich jedoch heraus, daß Schwefelkohlenstoff einige Mängel dieses Benzolderivates nicht besitzt (stärkere dielektrische Verluste bei Hochfrequenz, Abscheidung von kolloidem Kohlen-

1) Rawson, Soc. Chem. Ind. **9**, 151, 1880.
2) W. Ilberg, Physik. Zeitschr. **29**, 670, 1928; Möller, Physik. Zeitschr. **30**, 20, 1929.

stoff bei elektrischen Durchschlägen). Außerdem ist Schwefelkohlenstoff in der Qualität „pro Analyse" im Handel erhältlich. Daher wurden später die Kerrzellen mit Schwefelkohlenstoff gefüllt.

Bei Chlorbenzol und Schwefelkohlenstoff stimmt die Dispersion der Doppelbrechung des Quarzes weitgehend genug mit der Dispersion des Kerreffektes überein, so daß es möglich ist, bei diesen Flüssigkeiten mit einem Quarzkompensator für alle Farben gleichzeitig zu kompensieren. Denn das Kompensationsminimum ist auch bei weißem Licht grau und ungefärbt. Es erübrigt sich also die Zwischenschaltung eines Monochromators oder eines Farbfilters zwischen Lichtquelle und Meßanordnung.

Kompensiert wird mit einem Babinet- oder mit einem Babinet-Soleil-Kompensator. Die Interferenzstreifenverschiebung des Babinet-Kompensators wird photographisch aufgenommen. Hierbei wird die Lichtstärke der Anordnung wesentlich dadurch vergrößert, daß durch Zwischenschaltung einer Zylinderlinse das Streifensystem zusammengezogen wird.

Die spätere Ausmessung der Aufnahmen der Streifenverschiebungen gegen eine feste, am Kompensator angebrachte Marke erfolgt mit einem Registrierphotometer.

Mit dem Babinet-Soleil-Kompensator wird subjektiv beobachtet. Das Fernrohr ist auf den Kompensator akkommodiert. Es erwies sich als zweckmäßig, die Kanten der Quarzkeile im Babinet-Soleil-Kompensator nicht genau parallel zu stellen. Dann wirkt der Kompensator wie ein schwacher Quarzkeil, so daß bei Einstellung ein dunkler Streifen durch das Gesichtsfeld wandert, dessen Einstellung auf eine feste Marke mit größerer Sicherheit auszuführen ist, als diejenige des ganzen Gesichtsfeldes auf maximale Dunkelheit.

Beim Aufbau der Kerrzellenanordnung wurde auf leichte Abänderungsmöglichkeit der einzelnen Teile der größte Wert gelegt. Bogenlampe und Kollimator stehen auf einer *U*-Schiene. Auf derselben Eisenschiene ist eine optische Bank von Zeiß aufgeschraubt. Ihre einzelnen Reiter tragen die hinter dem Kollimator befindliche Blende, die drei Nikols, den Kompensator und die Kerrzellen. Zu jeder Kerrzelle gehören zwei Reiter. Die Befestigung und Justierung der Kerrzellen erfolgt auf jedem Reiter mit drei Schrauben.

Die Justierung der Meßanordnung wird dadurch sehr erleichtert, daß die Lichtsperre der Nikols bei der Siebzelle geöffnet werden kann, indem mit einer Hebelvorrichtung ein Viertelwellenlängenplättchen hinter der Siebzelle eingeschaltet wird.

Bei der Justierung wurde zunächst darauf geachtet, daß das Licht die Meßanordnung ungehindert durchlaufen kann. Darauf wird der Kompensator herausgenommen. Die zur Meßzelle gehörenden Nikols werden so eingestellt, daß ihre Polarisationsebenen mit der Richtung des elektrischen Feldes in der Meßzelle Winkel von 45° bilden. Zu diesem Zweck kann die Stellung des letzten Nikols an einem Teilkreis abgelesen werden. Jetzt wird der Reiter, der den Kompensator trägt, angeschraubt. Dieser Kompensator ist in einem Teilkreise drehbar, so daß nach der Justierung seine Schwingungsrichtungen parallel oder senkrecht zur Feldrichtung in der Meßzelle stehen.

Um recht hohe Lichtintensitäten durch die Siebanordnung hindurchzubekommen, wird darauf geachtet, daß auch die Feldrichtung der Siebzelle mit den Polarisationsrichtungen der Nikols wenigstens angenähert einen Winkel von 45° bildet.

IV. Bericht über die Messungen.

1. Messungen nach Verfahren I.

Es soll untersucht werden, ob nach Verfahren I (Fig. 1) die Lage des Minimums bestimmt werden kann. Hierfür wird 500-Perioden-Wechselspannung benutzt. Diese Spannung wird als Niederspannung (220 Volt) von einem der beiden Generatoren unseres Institutes geliefert. Die Spannung liegt an einem Widerstand. In Spannungsteilerschaltung ist ein kleiner Hochspannungstransformator angeschlossen. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist ungefähr 1:40. Die so erzeugte Hochspannung liegt an den Elektroden der Meßzelle, die mit Schwefelkohlenstoff gefüllt ist. Die Konstanz der Spannung wird auf der Primärseite ständig durch ein „Norma"-Voltmeter nachgeprüft, welches bei der Frequenz von 500 nicht mehr absolut richtige Werte anzeigt, aber für relative Messungen genügt. Als Kompensator wird der Babinet-Soleil-Kompensator verwandt.

Mit Versuchsanordnung I (Fig. 1) wurde als Meßergebnis erhalten:

Primärspannung in Volt	Δ^* Lage des Minimums	E^* optisch gemessen	E^* umgerechnet auf 154 Volt
154	0,0186	0,136	0,136
154	0,0204	0,143	0,143
154	0,0168	0,130	0,130
154	0,0202	0,143	0,143
154	0,0174	0,132	0,132
154	0,0198	0,141	0,141
153	0,0175	0,132	0,133
153	0,0168	0,130	0,131
152	0,0151	0,123	0,124
152	0,0176	0,133	0,134
152	0,0184	0,136	0,137
		Im Mittel:	0,135

Die dritte Spalte enthält die Wurzeln der Werte der zweiten Spalte. Diese Wurzeln sind proportional der Effektivspannung E^* aus Gl. (12). Der Proportionalitätsfaktor ist nicht bestimmt worden. Seine Kenntnis ist für unsere Zwecke unwesentlich, da die Tabelle nur zeigen soll, wie weit es möglich ist, die Lage des Minimums zu bestimmen.

Wie man aus der ersten Spalte erkennt, schwankt die von der Maschine gelieferte Spannung in ihrer Höhe etwas. Um trotzdem die einzelnen gemessenen Werte E^* vergleichen zu können, sind in der vierten Spalte alle Werte der dritten Spalte auf die Primärspannung 154 Volt bezogen worden.

Die Größe der Effektivspannung E^* wird also durch eine Einzelmessung im ungünstigsten Fall auf 8 Proz. festgelegt. Dieses Ergebnis ist nicht sonderlich gut. Hierüber brauchen wir uns nicht zu wundern, da das Lichtintensitätsminimum zu wenig ausgeprägt ist, als daß bei subjektiver Beobachtung eine genauere Bestimmung möglich sei.

2. Messungen nach Verfahren II.

Es soll untersucht werden, ob auch bei Verfahren II (Fig. 2) die Lage des Minimums bestimmt werden kann. Die Kerrzellen sind mit Chlorbenzol gefüllt. Die elektrische Meßanordnung ist dieselbe wie oben bei Nachprüfung der Brauchbarkeit von Verfahren I. Die Messung ergibt:

Primärspannung	Δ^* Lage des Minimums	E^* optisch gemessen	E^* umgerechnet auf 184 Volt
186,4	0,0187	0,137	0,135
186,6	0,0180	0,134	0,132
186,6	0,0190	0,138	0,136
184,6	0,0195	0,140	0,139
184,4	0,0190	0,138	0,138
185,0	0,0182	0,135	0,134
184,4	0,0190	0,138	0,138
184,4	0,0182	0,135	0,135
186,4	0,0187	0,137	0,136
184,2	0,0200	0,141	0,141
184,4	0,0176	0,133	0,132
184,6	0,0189	0,138	0,137
184,4	0,0188	0,137	0,137
184,4	0,0182	0,135	0,135
184,2	0,0190	0,138	0,138
183,8	0,0182	0,135	0,135

Der Mittelwert beträgt 0,136.

Die Werte für die durch (22) und (23) definierte Spannung E^* in der dritten Spalte sind aus den Werten für Δ^* erhalten worden. In der dritten und vierten Spalte ist wieder der Proportionalitätsfaktor unbestimmt geblieben.

Ein Vergleich zwischen den so gefundenen Werten ergibt, daß die größte Abweichung der Einzelmessung vom Mittelwert 3,7 Proz. beträgt. Es ist also möglich, mit dieser Genauigkeit nach Verfahren II Spannungsvorgänge zu messen.

3. Messungen bei verschiedener Spannung.

Zur weiteren Prüfung von Verfahren I wird die Spannung variiert, die von der 500-Perioden-

E_{eff} Primärspannung	Sekundärspannung, elektrostatisch gemessen	Δ^* Lage des Minimums	E^* Effektivspannung, elektrooptisch gemessen
100 Volt	3600 Volt	0,0073	0,085
		0,0074	0,086
		0,0071	0,084
		0,0085	0,092
		0,0077	0,088
		Im Mittel:	0,087
120 Volt	4320 Volt	0,0101	0,100
		0,0122	0,111
		0,0107	0,103
		0,0116	0,108
		0,0129	0,114
		0,0121	0,110
		0,0107	0,104
		Im Mittel:	0,107
140 Volt	5050 Volt	0,0162	0,127
		0,0146	0,121
		0,0146	0,121
		0,0143	0,119
		0,0136	0,112
		0,0159	0,126
		0,0150	0,123
		Im Mittel:	0,121
160 Volt	—	0,0206	0,143
		0,0199	0,141
		0,0187	0,137
		0,0218	0,148
		0,0199	0,141
		Im Mittel:	0,142
180 Volt	—	0,0268	0,164
		0,0236	0,154
		0,0239	0,155
		0,0228	0,151
		0,0290	0,170
		0,0230	0,152
		Im Mittel:	0,158
200 Volt	—	0,031	0,177
		0,036	0,190
		0,031	0,175
		0,031	0,176
		0,031	0,176
		Im Mittel:	0,179
218 Volt	—	0,039	0,198
		0,038	0,195
		0,039	0,198
		0,040	0,200
		0,036	0,190
		Im Mittel:	0,196

Maschine geliefert wird. Die Konstanz der Spannung wird auf der Primärseite des Transformators mit dem Norma-Instrument kontrolliert. Auf der Sekundärseite wird die Hochspannung mit einem Voltmeter von Hartmann und Braun elektrostatisch gemessen.

Die dritte Spalte enthält die optisch gemessene Lage Δ^* des Lichtintensitätsminimums. Hieraus sind die Effektivwerte E^* der vierten Spalte bis auf den Proportionalitätsfaktor berechnet worden.

Der Fehler der Einzelmessung beträgt im ungünstigsten Falle 9 Proz. Die Meßergebnisse sind in der Fig. 4 dargestellt. Die Abszisse entspricht den Primärspannungen, die Ordinate den elektro-optisch gemessenen Relativwerten E^* der Effektivspannung. Die erhaltenen Werte liegen auf einer Geraden. Der Tangens ihres Neigungswinkels ergibt sich zu 0,66, während sich nach der Dimensionierung der Meßzelle der Wert 0,26

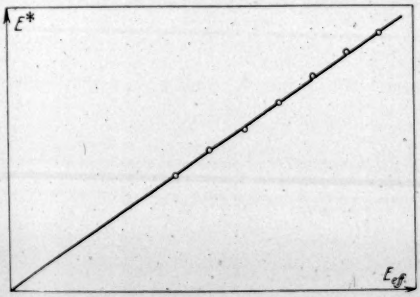


Fig. 4.

ergibt. Die Abweichung rührt von Fehlern in der Bestimmung der Konstanten der Kerrzelle her.

4. Anwendung von Verfahren II auf gedämpfte Hochfrequenz.

In den Arbeiten von J. Malsch: „Über das Verhalten der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten in hohen elektrischen Feldern“ [1]) ist die Messung der maximalen Feldstärke sehr kurzer elektrischer Spannungsstöße innerhalb des Flüssigkeitskondensators von Bedeutung. In diesen Arbeiten wurde die aus den Dimensionen der Versuchsanordnung berechnete Feldstärke kontrolliert durch die Schlagweite einer dem Meßkondensator parallel geschalteten Meßfunkenstrecke.

[1]) J. Malsch, Ann. d. Phys. **84**, 841, 1927; Physik. Zeitschr. **29**, 770, 1928.

Mir war die Aufgabe gestellt, diese Spannungsmessungen elektro-optisch nachzuprüfen. Für die zu messenden Spannungsstöße ist Versuchsanordnung II geeignet. Die benutzte elektrische

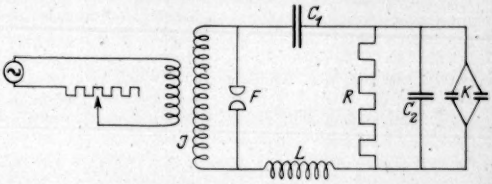


Fig. 5.

Meßanordnung ist in Fig. 5 dargestellt. 50-Perioden-Wechselspannung wird mit dem Induktor I herauftransformiert und lädt den Kondensator C_1 auf, bis die Löschfunkenstrecke F durchschlägt. Die Entladung geht über die Selbstinduktion L und den Widerstand R, welchem der Meßkondensator C_2 und die beiden mit Chlorbenzol gefüllten Kerrzellen K parallel geschaltet sind.

Die Meßergebnisse der Tabelle wurden durch Photographie und nachfolgende Ausmessung der Interferenzstreifenverschiebung eines Babinet-Kompensators erhalten. Eine photographische Methode erwies sich in diesem Falle gegenüber den bisherigen subjektiven Beobachtungen in Anbetracht der geringen Lichtintensitäten als sehr geeignet. Denn infolge des raschen Verlaufs eines Spannungsstoßes läßt selbst bei 100 Funken pro Sek. die Siebzelle nur etwa den 100. Teil des Lichtes hindurch, den wir bei gleich großen sinusförmigen Spannungen gewohnt sind. Der gemessene Wert E^* ist durch Gleichung (22) definiert. Die Berechnung des Dekrements ist ohne Berücksichtigung des Widerstandes der Löschfunkenstrecke erfolgt.

$R = 1700$ Ohm, $C_1 = 1290$ cm.

L	$C_2 + K$	$a = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C_1}{L}}$	E^*
$\sim 10^4$ cm	20 cm	10	0,298
$4{,}8 \cdot 10^5$ cm	20 cm	1,5	0,240
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	20 cm	1,0	0,218
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	180 cm		0,260
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	210 cm		0,268
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	245 cm		0,269
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	520 cm		0,256
$10{,}1 \cdot 10^5$ cm	740 cm		0,240

Die gemessenen Werte ergeben sich als Mittelwert aus durchschnittlich 5 Einzelmessungen. Die Streuung der Einzelwerte beträgt 4 Proz.

Die Ausmessung der Interferenzstreifen erfolgte mit einem Registrierphotometer von Zeiß, das uns von der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft zur Verfügung gestellt war.

Man erkennt bei den Messungen am Thomsonschen Schwingungskreis (1—3 der Tabelle), wie in bekannter Weise bei abnehmendem Dekrement auch die Spannung am Widerstand abnimmt. Bei der Meßanordnung von J. Malsch entspricht der Kapazität von $C_2 + K$ die Kapazität des Meßgefäßes. Es ist bemerkenswert, daß mit wachsender Kapazität von $C_2 + K$ die Spannung nicht sofort sinkt, sondern erst einem Maximum zustrebt. Zum Vergleiche wurden

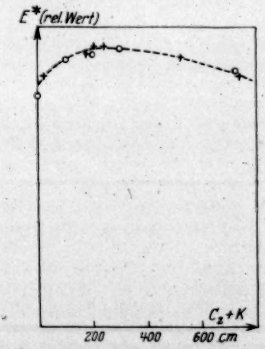


Fig. 6. Messungen mit Meßfunkenstrecke: ○; mit Versuchsanordnung Fig. 2: +

an Stelle der elektro-optischen Versuchsanordnung Messungen mit einer Meßfunkenstrecke ausgeführt. Die Genauigkeit betrug 2 Proz. In Fig. 6 sind die Ergebnisse beider Meßmethoden dargestellt worden. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse innerhalb der Fehlergrenze miteinander übereinstimmen.

5. Anwendung von Verfahren I bei ungedämpfter Hochfrequenz.

Es soll untersucht werden, ob auch ungedämpfte Hochfrequenzschwingungen gemessen werden können. Zu diesem Zweck wird ein 500-Watt-Röhrengenerator aufgebaut. Als Röhre dient die RS 18 IV. Durch induktive Rückkoppelung vom Schwingungskreis auf eine Gitterspule wird die Schwingung angeregt und aufrechterhalten. Die Wellenlänge des Senders beträgt 520 m.

Zur Messung der Spannung an der Schwingkreisspule nach Verfahren I wird eine Kerrzelle parallel der Spule geschaltet.

Die Größe dieser Spannung wird gleichzeitig mit einem Röhrenvoltmeter gemessen. Das Röhrenvoltmeter enthält die Röhre RS 32 I. Am Gitter liegt eine negative Vorspannung, deren Größe so lange geändert wird, bis der Anodenstrom gerade 0 wird. Aus der Größe der Gittergleichspannung kann man die Größe der Amplitude der Anodenspannung bestimmen, wenn man die Eichkurve des Röhrenvoltmeters aufgenommen hat. Dies ist bei Gleichspannung mit einem Präzisionsdrehspulinstrument erfolgt. Die Angaben des Röhrenvoltmeters sind auf 1 bis 2 Proz. genau.

Es wurde versucht, mit Chlorbenzol die Hochfrequenzmessungen durchzuführen. Dieses Benzolderivat erwärmte sich jedoch infolge dielektrischer Verluste zu stark. Es erwies sich somit als vollkommen ungeeignet.

Besser hat sich Schwefelkohlenstoff bewährt. Die Erwärmung im Verlauf der geschilderten Meßreihe (etwa 10 Minuten) erwies sich mit 3° noch als erträglich. Allerdings entstand durch Schlierenbildung eine gewisse Komplikation der Messung. Daher ist die Anwendbarkeit von Verfahren I für technische Messungen bei Hochfrequenz erschwert.

Die folgenden Messungen wurden durch okulare Einstellung mit Hilfe eines Babinet-Soleil-Kompensators ausgeführt.

Spitzenspannung, gemessen mit Röhrenvoltmeter	Δ^* Lage des Minimums	$\dot{E}^*$ Effektivspannung, optisch gemessen	E^* umgerechnet auf 6200 Volt Spitze
6500 Volt	0,0264	0,163	0,155
6430 „	0,0319	0,178	0,171
6420 „	0,0298	0,173	0,167
6420 „	0,0270	0,165	0,159
	0,0294	0,172	0,166
6280 „	0,0276	0,166	0,164
6230 „	0,0306	0,175	0,174
6300 „	0,0262	0,162	0,159
6300 „	0,0300	0,174	0,171
6220 „	0,0272	0,165	0,165
6220 „	0,0289	0,170	0,170
6220 „	0,0204	0,143	0,143
6220 „	0,0274	0,166	0,166
		Im Mittel:	0,164

Die Streuung der Einzelmessungen beträgt nach der Tabelle 13 Proz.

6. Prüfung von Verfahren I mit verschiedenartigen Spannungsvorgängen.

Es wurde bei der theoretischen Darstellung von Verfahren I gezeigt, daß der Kompensator ebenso wie bei einem statischen Voltmeter die

Effektivspannung mißt. Legt man daher an die Kerrzelle dieselbe Effektivspannung von verschiedenen Spannungsvorgängen, so muß die Einstellung des Kompensators dieselbe sein.

Entsprechende Versuche sind ausgeführt worden. Als zu vergleichende Spannungsvorgänge wurden Gleichspannung und 500-Perioden-Wechselspannung gewählt. Parallel zur Meßzelle liegt das elektrostatische Voltmeter von Hartmann und Braun. Gleichspannung und Wechselspannung haben nach Angabe dieses Instrumentes dieselbe Effektivspannung.

Messungen mit Gleichspannung:

Effektivspannung, elektrostatisch gemessen	Δ^* Lage des Minimums	E^* Effektivwert, elektro-optisch gemessen
5040 Volt	0,0272	0,165
5040 „	0,0270	0,164
5040 „	0,0280	0,167
5040 „	0,0268	0,164
5040 „	0,0280	0,167
5040 „	0,0289	0,169
	Im Mittel:	0,166

Messungen mit Wechselspannung:

Effektivspannung, elektrostatisch gemessen	Δ^* Lage des Minimums	E^* Effektivwert, elektro-optisch gemessen	E^* umgerechnet auf 5040 Volt
5060 Volt	0,0268	0,164	0,163
5060 „	0,0260	0,161	0,160
5090 „	0,0296	0,172	0,170
5030 „	0,0272	0,165	0,165
5040 „	0,0268	0,164	0,164
	0,0285	0,169	0,169
5040 „	0,0280	0,167	0,167
		Im Mittel:	0,165

Versuchsanordnung I mißt tatsächlich die Effektivspannung.

Zusammenfassung.

Es wurde gezeigt, daß eine relative Spannungsmessung für zeitlich veränderliche Vorgänge mit Hilfe des Kerreffektes zu brauchbaren Resultaten führt und die Genauigkeit für zwei elektro-optische Versuchsanordnungen bei verschiedenem zeitlichen Spannungsverlauf diskutiert.

Der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft bin ich für die Überlassung des Registrierphotometers von Zeiß zu größtem Dank verpflichtet. Herrn Prof. K. Försterling möchte ich an dieser Stelle für die erhaltenen Anregungen und für die Förderung dieser Arbeit danken. Herr Privatdozent J. Malsch unterstützte mich mit manchem wertvollen Rat. Herrn Werkmeister Franz Braune bin ich für die Anfertigung der Versuchsanordnung dankbar.

Institut für theoretische Physik der Univ. Köln.

(Eingegangen 7. Juli 1930.)

Betrachtungen über die Stabilität bewegter Systeme.

Von M. Schuler.

Im folgenden will ich einiges über die Stabilität und Labilität ausführen, weil diese beiden Begriffe bisher in keiner Weise klargelegt sind. Sie werden von den verschiedenen Schriftstellern in verschiedenstem Sinne gebraucht. Ich will versuchen, die bisherigen Unterschiede hervorzuheben und leitende Grundgedanken aufzustellen, um in Zukunft die Widersprüche, die zwischen Mathematikern, Physikern und Technikern noch in diesem Punkte bestehen, durch möglichst klare Fassung dieser Begriffe zu beheben.

1. Die Definition in der Potentialtheorie:

Sehr einfach und klar ist die Definition der Gleichgewichtslage des Massenpunktes in der klassischen Mechanik. Sie fußt auf der Potentialtheorie und stellt den Satz auf: „Eine Gleichgewichtslage ist nur möglich, wenn das Potential ein Extrem ist." Man unterscheidet hier drei Arten des Gleichgewichts:

1. Ist die potentielle Energie ein Minimum, so ist das Gleichgewicht stabil.

2. Ist die potentielle Energie ein Maximum, so ist das Gleichgewicht labil.

3. Ist die potentielle Energie eine Konstante, so ist das Gleichgewicht indifferent.

Wenn eine Kugel auf einer Fläche ohne Reibung rollt oder gleitet, so sind diese drei Fälle auch vollkommen anschaulich und klar:

1. Eine Kugel liegt im tiefsten Punkte einer Hohlschale: Wir haben dann stabiles Gleichgewicht.

2. Eine Kugel liegt auf dem höchsten Punkte einer anderen Kugel: Wir haben dann labiles Gleichgewicht.

3. Eine Kugel liegt auf einer vollkommenen Ebene, z. B. eine Billardkugel auf einer Billardplatte: Dann ist das Gleichgewicht indifferent.

Betrachten wir aber mechanisch bewegte Systeme oder bewegte Körper, so versagt diese einfache Definition der Potentialtheorie, da die Energie zwischen potentieller und kinetischer Energie hin und her schwanken kann.

Nehmen wir z. B. die Erde auf ihrer Bahn. Ist ihre Bewegung stabil oder labil? Nach der

Fig. 1.

Potentialtheorie müßte die Erde im Perihel stabil sein, da die potentielle Energie hier ein Minimum ist, dagegen im Aphel labil, denn die potentielle Energie ist hier ein Maximum. Das ist aber ein Unsinn; die Definition reicht in solchen Fällen eben nicht aus.

Betrachten wir ferner einen Kreisel, der auf der Spitze tanzt. Nach der Potentialtheorie wäre er immer labil, da der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes liegt. Ich behaupte aber: Er ist stabil, wenn er genügend schnell läuft, da er dann nicht umfällt, sondern sich aufrichtet. Aus diesem Problem stammt auch die

Fig. 2.

Anregung zu den folgenden Betrachtungen. (Als ich mich nämlich mit Sommerfeld über den auf der Spitze tanzenden Kreisel unterhielt, erklärte er, daß er ihn für labil halte im Gegensatz zu mir; daraus erkannte ich, daß die Definition von Stabil und Labil bisher nicht eindeutig war.)

Man kann auch noch viel allgemeinere Systeme als den Kreisel auf Stabilität untersuchen, z. B.:

den Regulator einer Kraftmaschine,
das Fließen einer Flüssigkeit im Rohr,
die Steuerung eines Flugzeuges,
das Netz einer elektrischen Kraftverteilung mit allen daranhängenden Maschinen.

Man sieht, daß man in diesen allgemeinsten Fällen mit der Definition der Potentialtheorie überhaupt nichts mehr anfangen kann.

2. Weitere Definitionen:

Seit langer Zeit suchten deshalb die Physiker nach einer neuen Definition für die Stabilität einer Bewegung. So hat Laplace folgenden Satz aufgestellt:

„Ein System ist stabil, wenn sich kein Punkt des Systems im Laufe der Zeit ins Unendliche entfernen kann."

Offenbar ist diese Definition viel zu weit gefaßt. Man sieht, daß sie von einem Astronomen stammt. Danach können auf der Erde überhaupt nur stabile Vorgänge möglich sein. Z. B. wäre ein Flieger, der abstürzt, stabil; denn kein Punkt von ihm wird sich, wenn er auch noch so hart aufschlägt, ins Unendliche entfernen. Schon Lord Kelvin hat diese Definition von Laplace scharf kritisiert.

Am meisten hat sich E. Routh mit der Frage der Stabilität einer Bewegung befaßt. Er definiert:

„Eine Bewegung ist stabil, wenn sie sich bei einer beliebigen kleinen Störung nur wenig von der ungestörten Bewegung unterscheidet[1])".

Nach den Lehren der modernen Mathematik ist es wohl richtiger zu sagen:

„Eine Bewegung ist stabil, wenn sie sich bei einer unendlich kleinen Störung nur unendlich wenig von der ungestörten Bewegung unterscheidet. Dies gilt auch für unendliche Zeit."

3. Vorschlag einer neuen Definition:

Routh sowohl wie alle anderen Lehrbücher der Mechanik[2]) wenden diese Definition nur auf die Lage des Körpers oder Systems an. Ein bewegtes System wird aber bestimmt durch Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Ich will nun die Stabilitätsdefinition getrennt auf alle drei Größen anwenden und dies als „dynamische Stabilität" bezeichnen. Wir haben also zu setzen:

„Eine Lage (Geschwindigkeit, Beschleunigung) ist dynamisch stabil, wenn bei unendlich kleiner Störung sich die gestörte von der ungestörten Lage (Geschwindigkeit, Beschleuni-

1) E. J. Routh, On the Stability of a Given State of Motion, London 1877, und E. J. Routh, Dynamik starrer Körper, II. Bd., Kap. VI.

2) Trefftz, Stabilität periodischer Vorgänge, Z. f. a. M. 1925, S. 473 ff.

gung) nur unendlich wenig unterscheidet auch nach unendlicher Zeit."

Bei nach Null abnehmender Störung muß die Differenz zwischen gestörtem und ungestörtem System mindestens mit der gleichen Potenz abnehmen wie die Störung. Ich muß besonders hervorheben, daß nach dieser Definition ein System noch als stabil bezeichnet werden muß, wenn eine einmalige Störung dauernd verbleibt, aber nicht anwächst; denn die Störungen werden ja als unendlich klein vorausgesetzt[1]). Bei der Bestimmung der Lage ist es erlaubt, das System mit einem Zeitmaßstab zu messen, der sich unendlich wenig gegen den ungestörten Zeitmaßstab unterscheidet. Natürlich hat man auf die Freiheitsgrade des Systems zu achten und die Stabilitätsbetrachtungen für jeden Freiheitsgrad getrennt durchzuführen, wenn dies nötig sein sollte.

Am besten erkennt man diese Verhältnisse an der Bahn der Erde um die Sonne. Sie ist eine Ellipse. Wirkt nun eine Störung auf die Erde, so geht ihre Bahn in eine andere Ellipse über, die sich aber bei unendlich kleiner Störung nur unendlich wenig von der alten Bahn unterscheidet. Auch die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen unterscheiden sich gegen früher nur unendlich wenig und sind deshalb sicher dynamisch stabil. Die Umlaufzeit der Erde wird sich durch die Störung etwas ändern. Wenn ich nun mit der ungestörten Umlaufzeit weiter messe, so wird sich die Lage der gestörten Erde immer mehr gegen die Lage der ungestörten Erde verschieben. Trotzdem nenne ich auch die Lage der Erde auf ihrer Bahn stabil; denn wenn ich mit der neuen gestörten Umlaufzeit messe, so entsprechen genau die alten Lagen den neuen Lagen. Diese neue Umlaufzeit unterscheidet sich aber nur unendlich wenig von der ungestörten Umlaufzeit, wenn die Störung unendlich klein war.

Schließlich nenne ich dynamisch stabil jedes System, das nach einer unendlich kleinen Störung wieder in die Werte der ungestörten Bewegung zurückkehrt. Dabei kann die „Gleichgewichtslage" überschritten werden. Es entstehen dann Schwingungen, und alle Schwingungen nenne ich dynamisch stabil. Die Störung der Lage verschwindet wieder vollkommen, nämlich beim Durchschlagen der Gleichgewichtslage. Auch die Störung der Geschwindigkeit verschwindet, aber nicht im selben Augenblick, wie die Störung der Lage, sondern erst beim Umkehrpunkt der Schwingung. Trotzdem will ich solche Systeme dynamisch stabil nennen. In Fig. 3 sind die verschiedenen Bewegungsmöglichkeiten dynamisch stabiler und labiler Systeme zusammengestellt.

1) Trefftz bezeichnet diesen Fall als „halbstabil".

1. Die ursprüngliche Störung fällt stark ab. Wir können die Zeit angeben, wann die ungestörte Lage erreicht (oder überschritten) wird. Die Schwingungszeit T ist reell und endlich. Das System ist dynamisch stabil.

2. Die ursprüngliche Störung fällt exponentiell ab, doch verschwindet sie erst nach unendlicher Zeit. T = unendlich. Das System ist dynamisch stabil.

3. Die ursprüngliche Störung bleibt konstant. T = unendlich. Wir nennen diesen Zustand auch noch stabil.

4. Die Störung wächst proportional der Zeit an. T = unendlich oder imaginär. Das System ist labil.

5. Die Störung wächst exponentiell mit der Zeit an. T = imaginär. Das System ist stark labil.

Wir können durch Berechnen der Schwingungszeit für kleine Schwingungen um die ungestörte Lage entscheiden, ob wir ein dynamisch stabiles oder labiles System vor uns haben. Reelle Schwingungszeit gibt Sinusfunktion, also sicher dynamische Stabilität, während imaginäre Schwingungszeit zur Hyperbelfunktion führt und damit die dynamische Labilität beweist. Nur wenn die Schwingungszeit unendlich wird, so ist die

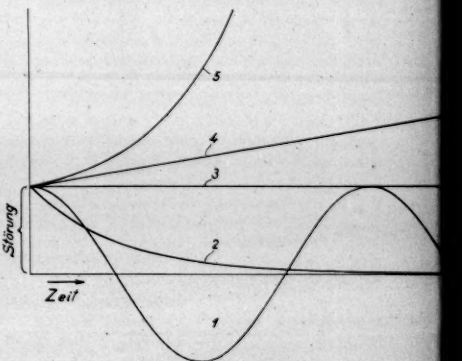


Fig. 3.

Lösung nicht eindeutig, denn dies kann im Falle 2, 3 und 4 erfolgen. Es hat dann eine nähere Untersuchung einzusetzen. Diese Untersuchungen nach Fig. 3 hat man aber nicht nur für die Lage, sondern auch für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Systems aufzustellen.

Getrennt von dieser dynamischen Stabilität wollen wir noch die energetische Stabilität des Systems untersuchen. Ich definiere zu diesem Zwecke:

„Ein System ist für den betrachteten Freiheitsgrad energetisch stabil, wenn die lebendige Energie für diesen Freiheitsgrad konstant bleibt oder abnimmt. Ein System ist für den betrachteten Freiheitsgrad energetisch labil, wenn durch den gegebenen Energiefluß die lebendige Energie für diesen Freiheitsgrad zunimmt."

Diese Trennung von dynamischer und energetischer Stabilität ist von großer Wichtigkeit, da sie Klarheit in die Auffassungen bei den verschiedenen Schriftstellern bringen soll. Ist die Geschwindigkeit eines Systems labil, so ist es sicher auch energetisch labil. Wenn aber nur die Lage labil und die Geschwindigkeit stabil ist, so kann das System energetisch stabil sein. Aber ein dynamisch vollkommen stabiles System kann trotzdem energetisch labil sein, wenn es nämlich Schwingungen ausführt. In Fig. 4 sind drei typische Kurven von dynamisch stabilen Systemen dargestellt, die um die Gleichgewichtslage, d. h. die Lage der ungestörten Bewegung, pendeln. Bei Kurve 1 wird dem System dauernd Energie entzogen; die Amplitude der Pendelungen nimmt ab, das System ist auch energetisch stabil. Bei Kurve 2 bleibt die zugeführte Störungsenergie erhalten, und damit behält die

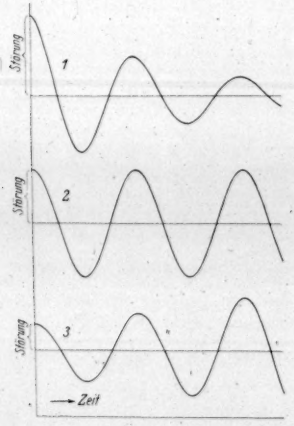


Fig. 4.

Störungsamplitude ihren anfänglichen Wert dauernd bei. Ich will betonen, daß ich dies System energetisch noch stabil nenne. Bei Kurve 3 wächst die Amplitude der anfänglichen Störung dauernd an. Dies ist möglich, wenn durch irgendeine Energiequelle in das System Energie hineingeleitet wird, nachdem durch eine kleine Störung eine Schwingung angeregt wurde. Dieses System ist energetisch labil. Man sieht, daß die energetische Labilität etwas ganz anderes ist als die dynamische Labilität. Die allgemeine Definition von Stabil und Labil können wir immer gebrauchen. Zwischen dem stabilen und labilen Fall steht immer der Grenzfall, daß die einmalige Störung in ihrer Größe dauernd erhalten bleibt. Ich nenne diesen Grenzfall noch stabil.

In der mathematischen Darstellung hat die allgemeinste Störungsgleichung folgende Form, wenn L die Differenz zwischen der gestörten und ungestörten Lage bedeutet:

$$L = A_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \cdots + B_1 \cdot e^{\alpha_1 t} \cdot e^{\pm i\omega_1 t} + \cdots + C_1 t + \cdots + C_n t^n + D_1 t_1 \cdot e^{\pm i\nu_1 t} + \cdots$$

Sind A, B, C, D endliche Konstanten, so sieht man sofort:

1. Die Lage ist dynamisch stabil, wenn sämtliche λ negativ oder Null und sämtliche ω und ν reell sind. Die Konstanten C müssen sämtlich Null sein. Dagegen können die Werte α positiv, negativ oder Null sein und die Konstanten D beliebige endliche Werte haben.

2. Das System ist energetisch stabil, wenn sämtliche λ negativ oder Null sind, sämtliche α negativ oder Null sind und sämtliche D Null sind. Dagegen kann C_1 einen beliebigen endlichen Wert haben, doch C_2 bis C_n müssen wieder Null sein. Solange nur Glieder mit reellen Exponenten vorkommen, ergibt die energetische Untersuchung nichts wesentlich Neues. Sobald aber Glieder mit $i\omega$ und $i\nu$ vorhanden sind, wird durch die getrennte Untersuchung von dynamischer und energetischer Stabilität der ganze Vorgang erst richtig beleuchtet[1]).

Bisher haben wir den Begriff des indifferenten Gleichgewichtes gar nicht gebraucht. Man sollte denken, daß er am besten für den Grenzfall passen würde, der zwischen stabilem und labilem Gleichgewicht steht. Dies würde sich aber mit den bisherigen Darstellungen der Mechanik in keiner Weise decken, wie ich an einigen Beispielen zeigen will. Deshalb schalte ich lieber den ganzen Begriff des indifferenten Gleichgewichts aus.

4. Anwendung der neuen Stabilitätsdefinition:

Ich will hiermit an einigen Beispielen untersuchen, wieweit die obigen Definitionen brauchbar sind. Ich hoffe, dabei auch die Ursache der Streitigkeiten aufdecken zu können, die häufig über die Abgrenzung der Stabilität entstehen. Gehen wir von dem einfachsten Falle, nämlich dem der gewöhnlichen Pendelschwingung aus:

1) Die mathematische Diskussion findet sich ausführlich bei Routh.

Liegt der Schwerpunkt unter dem Aufhängepunkt, so ändert ein unendlich kleiner Anstoß die Amplitude nur unendlich wenig. Dadurch ändern sich Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg nur unendlich wenig. Das Pendel mit tiefer liegendem Schwerpunkt ist also dynamisch vollkommen stabil. Die Periode ist erst recht stabil, da sie von der Amplitude nur in einem Korrekturglied abhängt. Energetisch ist das Pendel auch stabil; die Amplitude der Störung kann nur die gleiche bleiben. Praktisch wird sie durch Reibung immer abnehmen.

Nun setze ich den umgekehrten Fall, nämlich daß der Schwerpunkt oberhalb des Aufhängepunktes liegt. Durch einen unendlich kleinen Anstoß fällt das Pendel um. Dabei wachsen die Amplitude, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung stetig. Alle drei Größen sind labil. Das Pendel ist dynamisch vollkommen labil. Die Schwingungszeit für kleine Schwingungen wird imaginär:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{-l}{+g}}.$$

Pendellänge l und Erdschwere g sind entgegengesetzt gerichtet! Auch die Energie ist labil; denn die lebendige Energie des Pendels nimmt beim Umschlagen stetig zu. In diesem einfachsten Falle sagt also die ganze Betrachtung nichts Neues aus.

Nun wählen wir ein Pendel, das in seinem Schwerpunkt aufgehängt ist. Es sei zuerst in Ruhe, und dann wirke ein kleines störendes Drehmoment. In diesem Augenblick ändert sich die Drehbeschleunigung, um nach der Störung wieder auf den alten Wert (Null) zurückzugehen. Die Beschleunigung ist also sicher stabil. Die Drehgeschwindigkeit ändert sich bei der Störung, aber bei unendlich kleiner Störung nur unendlich wenig. Auch in unendlicher Zeit bleibt diese Änderung unendlich klein. Die Drehgeschwindigkeit ist also auch noch stabil. Dagegen ist die Lage des Pendels jetzt labil; denn wenn sich auch die Drehgeschwindigkeit nur unendlich wenig ändert, so braucht man nur eine unendlich lange Zeit zu warten, und das Pendel hat sich gegen die ursprüngliche Lage völlig verdreht. Die Schwingungszeit wird für diesen Fall unendlich. Dynamisch ist also das Pendel teils stabil, teils labil. Dagegen ist es energetisch vollkommen stabil; denn eine kleine Störung kann nur kleine Energieänderungen hervorbringen. Wenn etwas Reibung vorhanden ist, wie dies in der Praxis immer der Fall ist, so wird die Störungsenergie wieder aufgezehrt. Dieser Fall, wenn Schwerpunkt und Aufhängepunkt zusammenfallen, wurde bisher als indifferentes Gleichgewicht bezeichnet. Aus vorliegendem Falle geht hervor, daß dieser Begriff gar nicht mehr gebraucht wird. Er hebt sich dadurch von selbst ab, daß nur der Weg labil ist, während Geschwindigkeit und Beschleunigung stabil sind. Auch ist aus diesem Beispiel zu sehen, daß man vorsichtig sein muß, wenn die Schwingungszeit unendlich wird. Es ist dann möglich, daß das System dynamisch nicht mehr vollkommen stabil ist.

Betrachten wir nun die Planetenbewegungen: Ellipse, Hyperbel, Parabel.

Die Bahn der Ellipse ist sicher dynamisch stabil, sowohl nach Beschleunigung, Geschwindigkeit und Lage. Auch die Periode des Umlaufs ist stabil. Energetisch ist die Ellipsenbahn auch stabil; denn durch eine kleine Störung ändert sich die Energie nur wenig.

Anders verhält sich die Hyperbelbahn: z. B. die Bahn eines Kometen. Die Beschleunigung ist allerdings auch stabil, ebenso die Geschwindigkeit; denn beide ändern sich nur unendlich wenig gegen die ungestörte Bewegung bei unendlich kleiner Störung. Dagegen ist die Lage labil; denn der Komet kann, wenn er unter einem noch so wenig geänderten Winkel das Sonnensystem verläßt, in entsprechend langer Zeit eine völlig andere Lage bekommen. Die Periode ist imaginär. Die Energie ist aber stabil, denn sie wird sich nur unendlich wenig ändern bei unendlich kleiner Störung.

Nun betrachten wir die Parabel, die zwischen Ellipse und Hyperbel liegt. Durch eine unendlich kleine Störung kann ihre Bahn je nach dem Sinne der Störung zu einer Ellipse oder zu einer Hyperbel werden. Wir haben dann aber völlig andere Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Lagen. Die Parabelbahn ist also dynamisch völlig labil. Die Umlaufzeit bei der Parabelbahn ist unendlich. Dieses Beispiel mahnt wieder zur Vorsicht bei unendlicher Schwingungszeit. Energetisch ist die Parabelbahn ebenfalls labil. Eine kleine Störung kann große Änderungen in dem Verhältnis zwischen potentieller und kinetischer Energie hervorbringen.

Bei den bisherigen Beispielen wären wir noch ohne den Begriff der energetischen Stabilität ausgekommen. Jetzt sei aber ein etwas schwierigerer Fall herausgegriffen, nämlich ein Kreisel, der auf seiner Spitze tanzt. Wir werden sehen, daß gerade hier die scharfe Unterscheidung zwischen dynamischer und energetischer Stabilität von Nutzen sein wird. Man denke sich den Kreisel, der um seine Figurenachse rotiert, völlig reibungsfrei aufgehängt. Im ersten Falle soll der Schwerpunkt unterhalb des Aufhängepunktes liegen, im zweiten Falle oberhalb des Aufhängepunktes. Beide Kreisel machen unter der Wirkung der Schwerkraft einen Präzessionskegel um die Vertikale, dessen Öffnungswinkel konstant ist.

Dynamisch sind beide Kreisel sicher stabil, wenn sie schnell rotieren; denn sowohl Beschleunigung wie Geschwindigkeit, Lage und Periode ändern sich nur unendlich wenig bei einem unendlich kleinen Anstoß. Allerdings wird bei dem Kreisel mit höherliegendem Schwerpunkt verlangt, daß der Kreiselimpuls den Wert

$$I^2 = 4\Theta_A \cdot Gs$$

I = Kreiselimpuls
Θ_A = Trägheitsmoment um eine Äquatorachse
Gs = Schweremoment (Fig. 5)

nicht unterschreitet. Fällt der Impuls unter diesen Wert, so wird der Kreisel mit höherliegendem Schwerpunkt dynamisch labil und fällt um. Ein Kreisel mit tieferliegendem Schwerpunkt kann überhaupt nicht dynamisch labil werden.

Bei der Energiebetrachtung ist aber Vorsicht anzuraten. Dem Kreisel mit tieferliegendem Schwerpunkt müssen wir Energie entziehen, damit eine Präzessionsbewegung zur Ruhe kommt. Denn die Gleichgewichtslage besitzt ein Minimum der potentiellen Energie. Dagegen müssen wir dem Kreisel mit höherliegendem Schwerpunkt Energie zuführen, damit seine Amplituden kleiner werden und er in seiner Gleichgewichtslage, die ein Maximum der potentiellen Energie hat, zur Ruhe kommt. Haben wir also Energieverluste, so wirken diese energetisch stabil beim tieferliegenden Schwerpunkt und energetisch labil beim höherliegenden Schwerpunkt.

Die Stabililtätsbetrachtung wird aber viel interessanter, wenn man dem Kreisel unten eine abgerundete Spitze gibt, auf der er tanzt. Die

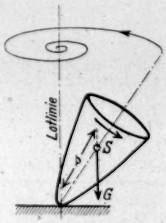


Fig. 5.

Reibung wächst dadurch, aber dynamisch wird dabei nichts geändert. Der Kreisel bleibt dynamisch völlig stabil, solange er nur schnell genug läuft. Aber die energetischen Betrachtungen werden völlig anders, und wir werden sehen, daß hier die Reibung zu einem Aufrichten des Kreisels führen kann (Fig. 5), wie dies vom Spielkreisel her bekannt ist. In Fig. 6 ist die Spitze des Kreisels vergrößert wiedergegeben. Wir nehmen an, daß die Spitze eine Halbkugel sei, die in einer runden Pfanne laufe. Wäre keine Reibung vorhanden, so würde der Kreisel einen regulären Präzessionsumlauf um die Lotlinie machen, wobei der Neigungswinkel der Figurenachse gegen die Lotlinie konstant bleiben würde. Wir zerlegen nun die Kreiseldrehung $\mathfrak{u}$, die annähernd in die Figurenachse fällt, in zwei Komponenten, eine vertikale $\mathfrak{u}_1$ und eine horizontale

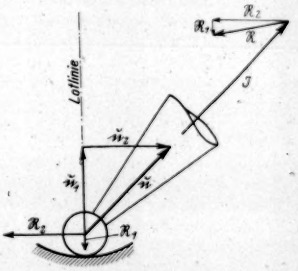


Fig. 6.

$\mathfrak{u}_2$. Die vertikale Komponente bewirkt eine bohrende Reibung $\mathfrak{R}_1$. Diese ist sicher bei einer Lagerung nach Fig. 6 sehr klein, da Kugel und Schale sich nur in einem Punkte berühren. Dagegen bewirkt die horizontale Drehkomponente ein entgegengesetztes Reibungsmoment $\mathfrak{R}_2$, das bei dem Durchmesser der Spitze von 4 bis 5 mm immerhin erheblich ist. Das Reibungsmoment ($\mathfrak{R}$) setzt sich mit dem Kreiselimpuls $\mathfrak{J}$ nach Fig. 6 zusammen und bewirkt, daß der Impuls sich nach der vertikalen Richtung hin verschiebt. Da die Figurenachse des Kreisels annähernd dem Impuls folgt, so stellt auch sie sich mit der Zeit in die vertikale Lage. Dabei ist es völlig gleichgültig, ob der Kreisel im rechten oder linken Sinne umläuft, denn man kann das Diagramm ebenso gut für negativen Impuls und negative Rotation aufzeichnen. Auch ist es gleichgültig, ob der Schwerpunkt oberhalb oder unterhalb des Unterstützungspunktes liegt. Die nötige Arbeitsleistung wird der kinetischen Energie des Kreisels entnommen. Der Kreisel ist also energetisch stabil.

Ausschlaggebend für die Reibungserscheinung ist die Form der Kreiselspitze und der Auflagepfanne. Wählt man z. B. nach Fig. 7 eine kugelförmige Spitze, die in einer kegelförmig ausgeschliffenen Pfanne ruht, so wird die vertikale Reibung ($\mathfrak{R}_1$) groß, weil die Kugel auf einem Kreisring in der Pfanne aufliegt. Dagegen wird die Reibung ($\mathfrak{R}_2$) jetzt klein. Wie das Vektordiagramm der Fig. 7 zeigt, wird nun der Kreiselimpuls ($\mathfrak{J}$) nach unten weggedreht. Da ihm die Kreiselachse folgt, so wächst bei dieser Auflagepfanne die Präzessionsamplitude durch die

Reibung an (ein Spielkreisel, der zwischen Pflastersteine gerät, fällt um!). Der Kreisel ist jetzt energetisch labil. „Es kommt also auf das Verhältnis von bohrender und gleitender Reibung

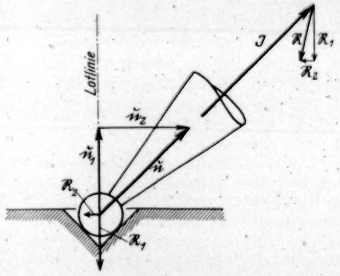


Fig. 7.

an, ob ein Kreisel durch die Wirkung der Reibung aufgerichtet oder umgelegt wird, ob er energetisch stabil oder labil ist."

Ein Vorführungskreisel, an dem man diese Erscheinung gut zeigen kann, ist in Fig. 8 dargestellt. Der Schwungring (*a*) kann auf der Achse (*b*) herauf- und heruntergeschraubt werden,

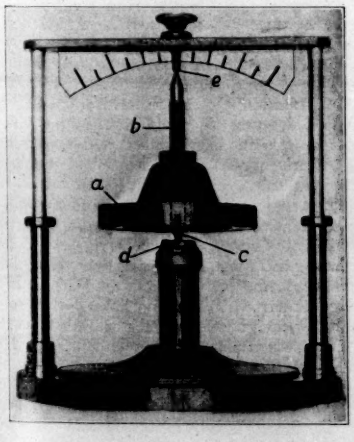


Fig. 8.

so daß man den Schwerpunkt oberhalb und unterhalb des Aufhängepunktes verlegen kann. Die untere Spitze (*c*), die den Kreisel trägt, kann ausgewechselt werden. So kann man Versuche mit verschiedenen Spitzenformen ausführen und die Einwirkung der Reibung, die bei stumpfer Spitze besonders groß wird, feststellen. Die untere Pfanne (*d*), auf der die Kreiselspitze aufliegt, kann ebenfalls ausgewechselt werden, und man kann Pfannen nach Fig. 6 und 7 einsetzen. Die obere Pfanne (*e*) hält die obere Kreiselspitze während des Aufziehens. Sie wird bei dem Experiment zurückgezogen, so daß der Kreisel auf der unteren Spitze frei tanzen kann.

Folgende beide Versuche sind besonders lehrreich:

1. Man legt den Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes. Der Kreisel ist labil, wenn er nicht rotiert. Bei schneller Drehung wird er dynamisch vollkommen stabil. Wenn der Kreiselimpuls aber unter den Wert $4\Theta_A Gs$ sinkt, wird der Kreisel dynamisch labil. Man legt nun den Kreisel mit einer abgerundeten Spitze auf eine flache Auflagepfanne nach Fig. 6. Dann ist er energetisch stabil. Zieht man nun den Kreisel auf und erteilt ihm eine kräftige Störung, so beschreibt er einen Präzessionskegel um die Vertikale und richtet sich dabei langsam auf. Der Kreisel ist sowohl dynamisch wie energetisch stabil. Durch die Reibung verliert er aber an Drehgeschwindigkeit und der Kreisel, der sich eben erst aufgerichtet hat, fällt plötzlich mit einer Torkelbewegung um. Energetisch ist er wohl noch stabil, aber dynamisch ist er jetzt labil, da der Kreiselimpuls durch den Reibungsverlust unter die Stabilitätsgrenze gesunken ist.

2. Nun nehme man denselben Kreisel und lege den Schwerpunkt tiefer. Dann ist des Kreisel dynamisch immer stabil, sowohl wenn er läuft, wie wenn er nicht läuft. Zieht man nun den Kreisel auf und setzt ihn in eine Kegelpfanne nach Fig. 7, so ist er energetisch labil. Wenn man jetzt dem Kreisel eine kleine Störung erteilt, so wächst diese Störung stetig an. Der Kreisel macht Präzessionsbewegungen um die Vertikale und legt sich dabei immer mehr um. Er ist dynamisch stabil, aber energetisch labil. Durch die Reibung sinkt jedoch die Drehgeschwindigkeit und gleichzeitig die Reibung. Kurz bevor der Kreisel stehen bleibt, richtet er sich plötzlich wieder auf; denn er ist ja dynamisch stabil. In den Wirrwar der Erscheinungen läßt sich sofort die nötige Ordnung bringen, wenn man zwischen dynamischer und energetischer Stabilität unterscheidet.

Ganz ähnliche Überlegungen können wir auch bei der Nutation des kräftefreien, unsymmetrischen Kreisels anstellen. Auch hier sind wir durch die Trennung von dynamischer und energetischer Stabilität aller Schwierigkeiten enthoben. Sind A, B und C die Hauptträgheitsachsen des Körpers, so wissen wir, daß die Nutationen um die Achse des mittleren Trägheitsmomentes (B) labil sind. Dagegen sind die Achsen des größten Trägheitsmomentes (A) und des kleinsten Trägheitsmomentes (C) stabile

Nutationsachsen. Dies gilt aber nur für die dynamische Stabilität, obwohl dies in keinem einzigen Lehrbuch erwähnt wird. Energetisch verhalten sich die Nutationen um die größte Trägheitsachse (A) und die kleinste Trägheitsachse (C) sehr verschieden. Denn die potentielle Energie, die von den Zentrifugalkräften herrührt, ist um die A-Achse ein Minimum und um die C-Achse ein Maximum. Die Reibung wird also die Nutationen der A-Achse verkleinern, dagegen die Nutationen der C-Achse anwachsen lassen.

Man könnte viele Beispiele aus der Kreiseltheorie anführen, doch will ich mich hier darauf beschränken, auf die Einschienenbahn hinzuweisen. Sie ist bei nichtlaufendem Kreisel statisch labil. Durch Einbau eines genügend starken Kreisels wird sie dynamisch stabil. Aber energetisch bleibt sie labil, und der stärkste Kreisel kann das Umfallen nicht verhindern; denn die Gleichgewichtslage hat ein Maximum der Energie. Erst durch den Einbau eines Motores, der dem System Energie zuführt, wird die Einschienenbahn auch energetisch stabil.

Ganz ähnlich gestalten sich die Betrachtungen bei allen schwingenden Systemen. Sie können dynamisch vollkommen stabil sein und trotzdem energetisch sowohl stabil wie labil, je nachdem ob Energie aus dem System herausgenommen oder in das System hineingepumpt wird. Eine Schaukel z. B. ist dynamisch immer stabil. Wenn sie aber durch Schaukelbewegungen entsprechend angetrieben wird, so kann sie energetisch labil werden. Gekoppelte elektrische Schwingungskreise sind dynamisch sicher stabil. Sie können aber durch Rückkopplung energetisch labil werden, wie jeder Rundfunkhörer weiß.

Den Begriff der Stabilität wendet man auch bei Schiffen und Flugzeugen an. Ich wähle als Beispiel ein Luftschiff. Sein Schwerpunkt hat das Bestreben, sich in gerader Linie weiterzubewegen. Da der Widerstand von vorne kommt und der Antrieb in der Längsrichtung des Schiffes erfolgt, so ist Gleichgewicht vorhanden. Erfährt nun das Schiff durch eine kleine Störung eine Drehung, so wird sich der Schwerpunkt weiter geradeaus bewegen, aber der Luftwiderstand verschiebt sich und drängt das Luftschiff in eine neue Richtung. Es kommt nun darauf an, ob die Resultante der Widerstände vor oder hinter dem Schwerpunkt des Schiffes angreift. Im ersteren Falle sucht der Luftwiderstand das Schiff immer mehr aus seiner Richtung herauszudrehen, wenn es einmal eine kleine Störung erfahren hat. Die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und der Weg des Schiffes sind labil. Das Schiff ist dynamisch und energetisch labil und wird sich schwer steuern. Liegt dagegen der Widerstandspunkt hinter dem Schwerpunkt, so entsteht ein Drehmoment, welches das Schiff in die Richtung seiner augenblicklichen Bewegung zurückzudrehen sucht. Das Schiff wird also einige Male hin und her pendeln und in seiner augenblicklichen Bewegungsrichtung, die aber von der ursprünglichen etwas abweichen kann, zur Ruhe kommen. Die Beschleunigung ist also stabil; auch die Geschwindigkeit hat sich in ihrer Richtung bei einem unendlich kleinen Anstoß unendlich wenig geändert, ist also auch stabil. Dagegen ist der Weg des Schiffes labil, denn nach entsprechend langer Zeit hat sich das Schiff durch die kleine Änderung der Geschwindigkeitsrichtung von seiner ungestörten Bahn völlig entfernt. Deshalb kann man kein noch so gut gebautes Schiff (oder Torpedo) auf ein Ziel losschicken und erwarten, daß es ohne Steuerung und ohne Kompaß richtig ankommt. Man benötigt eine „automatische Steuerung", um auch den Weg des Schiffes oder Torpedos zu stabilisieren.

Schließlich gebraucht man den Ausdruck „Stabil" auch bei Strömungen von Flüssigkeiten. Bei einer laminaren Strömung stellen sich dieselben Stromlinien nach einer kleinen Störung wieder ein, und man nennt sie deshalb stabil. Mit unserer neuen Definition stimmt dies insoweit überein, daß Beschleunigung, Geschwindigkeit und Energie stabil sind; denn jede kleine Störung dieser Größen klingt wieder ab. Dagegen ist der Weg des einzelnen Flüssigkeitsteilchens labil, denn eine kleine Störung kann den Weg eines Teilchens völlig ändern. Nach der alten Definition der Potentialtheorie wäre eine solche Bewegung als indifferent zu bezeichnen, und man erkennt hier deutlich den Widerspruch des bisherigen Wortgebrauches. Nach der neuen Definition kann ein Irrtum nicht mehr vorkommen, da stets hinzugesetzt werden muß, ob die Stabilität sich auf Beschleunigung, Geschwindigkeit oder Lage bezieht. Eine turbulente Strömung ist dynamisch natürlich völlig labil; denn eine kleine Störung kann die Wirbelbildung völlig ändern. Trotzdem kann eine solche Strömung energetisch sowohl stabil wie labil sein.

Der Kern meiner ganzen Ausführungen besteht darin, daß ich zwischen dynamischer und energetischer Stabilität unterscheide und die dynamische Stabilität wiederum prüfe in bezug auf die Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Körpers. Man erkennt dabei, daß bei Bewegungen gleichzeitig die eine Größe stabil und die andere Größe labil sein kann. Nur die Einzelbetrachtung der verschiedenen Größen gibt ein klares Gesamtbild für das Verhalten des Körpers. Ich hoffe, daß durch eine solche Abgrenzung viele Unklarheiten vermieden werden können.

(Eingegangen 7. Juli 1930.)

Zur Theorie des Hörens.

Über das Richtungshören bei einer Zeitdifferenz oder Lautstärkenungleichheit der beiderseitigen Schalleinwirkungen.

(Mitteilung aus dem k. ung. Telegraphentechnischen Versuchsamt, Budapest.)

Von Georg v. Békésy.

(Schluß.)

5. Die Richtungsaddition zweier gleichlauter Schallbilder.

Stellt man mittels der Schaltung in Fig. 9 zwei gleichlaute Schallbilder verschiedener Richtung her und stellt S_1 auf die zweitunterste Stufe, so daß beide Schallbilder gleichzeitig ertönen, so setzen sich die beiden Schallbilder im allgemeinen zu einem einzigen Schallbild zusammen, dessen Richtung nun untersucht werden soll.

Zunächst fragt es sich, ob das Trommelfell mit der Gehörknöchelkette imstande ist, die in diesem Falle in kurzem Zeitabstand nacheinander eintreffenden beiden Knallimpulse unabhängig voneinander den Nerven zu übertragen. Um dies zu prüfen, schaltet man z. B. von den vier Fernhörern den zweiten und vierten aus, so daß man nur links zwei aufeinander folgende Knallimpulse erhält. Sind beide Fernhörer gleichartig gepolt, und die beiden Röhrenlängen gleich, so daß die beiden Knalle zu gleicher Zeit das Trommelfell erreichen, so tritt die der Schallstärkenverdopplung entsprechende Lautstärkenerhöhung ein. Verschiebt man nun aber eine der Röhren, so nimmt die Lautstärke merklich ab und erreicht im Durchschnitt bei etwa 21 cm ein Minimum. Bei einer weiteren Vergrößerung der Verschiebung nimmt die Lautstärke zu, um bei 42 cm ihren ursprünglichen Wert wiederum zu erreichen, worauf wiederum periodisch eine Schwächung eintritt, jedoch in kleinerem Maße wie vorher.

Diese Erscheinung rührt davon her, daß das Trommelfell ein resonanzfähiges System darstellt mit einer Eigenschwingung von ungefähr 800 Hz [1]) und mittlerer Dämpfung, so daß es bei einer Knalleinwirkung gedämpfte Schwingungen ausführt, wobei sämtliche Schwingungen zur Lautstärkeempfindung beitragen, da die Lautstärkeempfindung eine längere Zeit braucht, um sich vollständig auszubilden. Besteht nun zwischen den beiden sich folgenden Knallen eine Zeitdifferenz, die der halben Periodenzahl der gedämpften Eigenschwingung des Trommelfelles entspricht, in unserem Falle etwa 21 cm Schallweglänge, so kompensieren sich der größte Teil der Schwingungen, was einer Lautstärkeverminderung gleichkommt, die sich periodisch im Abstande von 42 cm wiederholt. Mit zunehmender Zeitdifferenz wird die Lautstärkeverminderung immer kleiner, da eine immer kleinere Zahl von Schwingungen kompensiert wird.

Von der Schallstärke des verwendeten Knalles ist die Röhrenverschiebung bei der sich die Lautstärkeverminderungen wiederholen unabhängig.

Durch diese Wirkung des Trommelfelles wird die Richtung des zusammengesetzten Schallbildes bei einem Knall etwas beeinflußt, ohne daß sich damit der Charakter der Schallbildzusammensetzung ändert. Ist die Lautstärkenänderung sehr stark, so rührt sie nicht von dem Trommelfell, sondern von den Zupfschwingungen der Fernhörermembran her.

Stellt man nun in der Schaltung in Fig. 9, bei gleicher Polung sämtlicher Fernhörer mittels des Schalters S_2 in beiden Röhrensystemen, beiderseitige Lautstärkengleichheit her, stellt die Röhren so ein, daß in jedem Röhrensystem ein Schallbild in der Mitte entsteht, so tritt beim Zusammenschalten der Schallbilder keine Verschiebung aus der Mitte ein. Auch dann nicht, wenn das eine Schallbild zeitlich gegen das andere verschoben wird, indem man die beiden Röhren des einen Systemes gleichzeitig um den gleichen Betrag verschiebt.

Verschiebt man dagegen das Schallbild des einen Röhrenpaares in die Knickstelle der Schallbahn, das Bild des anderen Röhrenpaares in die Knickstelle der anderen Seite, so verschiebt sich das zusammengesetzte Schallbild bei einer Verschiebung des einen Röhrenpaares genau wie beim gewöhnlichen Richtungshören von der einen Knickstelle über die Mitte zur anderen Knickstelle. Dabei ist der Zeitabstand zwischen den beiden Knickstellen der gleiche wie beim gewöhnlichen Richtungshören, und auch sonst ist in gar keiner Weise festzustellen, daß man es mit einem zusammengesetzten Bilde zu tun hat. Die Verschiebungen des zusammengesetzten Schallbildes sind auch den Verschiebungen des Röhrenpaares proportional. Stellt man die beiden einzelnen Schallbilder nicht in die Knickstellen der Schallbahn, sondern gibt ihnen eine geringere Ablenkung von der Mitte, jedoch beide symmetrisch nach rechts und links, so wandert das zusammengesetzte Schallbild bei Verschiebung des einen Röhrenpaares stetig von der Richtung des einen einzelnen Bildes zu der des anderen hinüber, wobei die Größe der dazu nötigen Röhrenverschiebung wiederum $2\,k$ beträgt.

Die genaueren zeitlichen Zusammenhänge beim Zusammensetzen eines in der Mitte befindlichen Schallbildes mit einem in der linken Knickstelle befindlichen, sind in Fig. 14 dargestellt, wo jeder Knall durch einen Pfeil auf der Zeit-

[1]) Joachim Tröger, Physik. Zeitschr. **31**, 26, 1930.

linie angegeben ist, die linksseitigen schwarz, die rechtsseitigen weiß. Die obere Zeitlinie bezieht sich auf das obere Röhrenpaar, wo die beiden Knalle gleichzeitig eintreffen, so daß das Schallbild sich in der Mitte befindet. Im unteren Röhrenpaar trifft der linksseitige Knall früher ein und das Schallbild befindet sich auf der linken Seite. Beim Zusammenschalten befindet sich das Bild auf der linken Seite an der Knickstelle, da

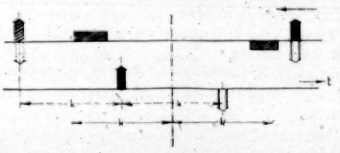


Fig. 14. Zusammensetzung eines in der Mitte und in der Knickstelle befindlichen Schallbildes.

das mittlere Bild verhältnismäßig spät eintrifft, so daß es von dem seitlichen verdeckt wird. Beim Vorschieben des mittleren Bildes, wie es durch den gestrichelten Pfeil angedeutet wird, bleibt zunächst das zusammengesetzte Bild seitlich liegen, und erst wenn der zeitliche Abstand der beiden linksseitigen, schwarz angedeuteten Knalle 1,5 k beträgt, beginnt ein Wandern des Bildes. Dieses hält vollkommen gleichmäßig an bis zu einer Verschiebung um 2 k, von wo ab das Bild in der Mitte stehen bleibt, da nun das mittlere Bild zuerst eintrifft und damit das seitliche verdeckt.

Meist setzt der Beginn der Wanderung scharf und reproduzierbar ein und hört ebenso bestimmt nach der Verschiebung von 2 k auf. Doch trifft dies nicht immer zu, denn es kann vorkommen, daß man das mittlere Bild schon bedeutend mehr vorgeschoben hat ohne daß ein Wandern einsetzt, bis dann meist plötzlich ohne irgendeinen äußeren Einfluß, das Bild an jene Stelle springt, die es bei der regelmäßigen Wanderung einnehmen würde. Nach einiger Übung gelingt es meist, dieses Springen des Schallbildes willkürlich zu bewirken oder zu unterdrücken. In der Fig. 14 sind durch die schraffierten Flächen jene Zeitgebiete angegeben, bei denen es meist leicht gelingt, durch zeitweises Unterdrücken einer der Schallbilder ein Hin- und Herspringen des zusammengesetzten Schallbildes zu erzeugen. Verschiebt man das mittlere Schallbild in die schraffierte Fläche rechts oben, so springt das Schallbild von der Knickstelle der linken Seite etwas gegen die Mitte, während im Falle der schraffierten Fläche links, es von der Mitte etwas nach links springen kann. Beim Springen tritt dabei keine Lautstärkenänderung ein, nur der Charakter des Bildes ändert sich etwas, jedoch nur in dem Maße, wie es bei der entsprechenden Richtungsänderung auch eintritt. In dem Gebiet zwischen den beiden schraffierten Flächen findet eine vollkommen stetige Verschiebung des Bildpunktes statt.

Diese Verdeckung einzelner Erscheinungen, durch das Wandern der Aufmerksamkeit, die besonders leicht gelingt, wenn man die Aufmerksamkeit auf eine gewisse Erscheinung einstellt und die andere allmählich hinzufügt, ist in der Psychologie wohlbekannt.

Sie tritt immer beim Zusammenfassen mehrerer Komponenten auf, wobei je nach Stimmung ein Zusammensetzen der Komponenten überhaupt nicht gelingt oder eine oder mehrere der Komponenten wegbleiben oder, falls die zusammengesetzte Erscheinung etwas Bekanntes und Angewöhntes darstellt, einzelne Komponenten sogar willkürlich ergänzt werden können. So erwähnt z. B. Carl Stumpf[1]), daß beim synthetischen Herstellen von Sprachlauten, besonders dann, wenn die richtigen Intensitätsverhältnisse der einzelnen Tonkomponenten noch nicht ganz getroffen sind, oft das Zusammensetzen zu einem Sprachlaut trotzdem gelingt, während kurze Zeit darauf von selbst ein vollkommener Zerfall eintritt.

Auch beim experimentellen Herstellen von Schallrichtungen durch Zeitdifferenz erscheint das Schallbild stets in einer durch die Lautstärke bestimmten Entfernung vom Kopfe. Beim wirklichen räumlichen Hören wird die Entfernung des Schallbildes durch andere Momente bestimmt und die obige Entfernungskomponente wird unterdrückt.

In welchem starken Maße durch Angewöhnung an eine gewisse Erscheinungsform einzelne Komponenten unterdrückt und ergänzt werden können, zeigen am besten die Verständlichkeitsmessungen der Fernsprechtechnik, wo bei einem in Silben zerlegten Text bei einer starken Verzerrung bis zu 30 Proz. der Silben falsch verstanden werden und trotzdem beim fließenden Lesen eines zusammenhängenden Textes eine ganz einwandfreie Verständigung eintritt.

Mit der Angewöhnung hängt es zusammen, daß beim Darbieten einer neuen Erscheinung meist die zuerst beobachtete Kombination der Komponenten derart festgehalten wird, daß es nur mit Mühe gelingt, den Beobachter mit einer anderen Kombination bekannt zu machen.

Bei einem Geräusch beobachtet man bei seitlicher Richtung eine ganz prägnante und einheitliche Richtung, trotzdem daß die tieferen Frequenzen des Geräusches eine andere Richtung besitzen wie die ganz hohen, die sich immer in

1) Carl Stumpf, Die Sprachlaute, S. 287, 1926.

der Mitte befinden. Es müssen daher mehrere richtungsbestimmende Nervenzentren vorhanden sein, deren Richtungen schließlich von einem höheren Zentrum zusammengefaßt werden.

Dafür sprechen auch die obigen Richtungsverdeckungen, denn nur so wird es verständlich, daß gewisse Richtungen gelegentlich beim Zusammensetzen unberücksichtigt bleiben. Würden nicht die Richtungen als solche zusammengesetzt, sondern würde die Zusammensetzung derart erfolgen, daß jeweils die beiden ersten eintreffenden Erregungen sich zu einer Richtung vereinigen und die nachfolgenden die Größe der rechts- und linksseitigen Erregung mehr oder weniger beeinflussen, so wäre eine derartige Bildverdeckung unverständlich.

Dazu ist allerdings notwendig, daß sozusagen schon im voraus die einzelnen Erregungen an die richtigen Nervengruppen geleitet werden. Diese Möglichkeit ist vorhanden, da ja stets mit einer Knallfolge gearbeitet werden muß, so daß eine gewisse Einstellung des Nervensystems vorhanden ist. Besonders begünstigt wird sie dadurch, wenn zunächst nur ein Bild ertönt und dann das andere hinzugeschaltet wird, wobei es auch besonders leicht gelingt, durch Wahl der Reihenfolge das eine oder andere Bild zu verdecken.

Entstehen die beiden Bilder gleichzeitig, so befindet sich bei Lautstärkengleichheit das zusammengesetzte Bild in der Mitte zwischen beiden Bildern. Entstehen sie nicht gleichzeitig, so wird das später entstehende unterdrückt, ganz gleichartig wie beim gewöhnlichen Richtungshören die Erregung der später eintreffenden Seite unterdrückt wird. Vollständige Verdeckung tritt ein, wenn das eine Schallbild um den Zeitabstand k früher entsteht wie das andere.

Es setzen sich daher zwei Richtungen der verschiedenen Nervenzellen in der gleichen Weise zusammen, wie die Erregungen rechts und links. Überhaupt scheint diese Zusammensetzung zweier Erregungen eine ganz allgemeine Eigenschaft des Nervensystems zu sein und durchaus nicht eine besonders für das Richtungshören entwickelte Funktion. Für die Drucknerven der Haut sind ganz ähnliche Erscheinungen schon nachgewiesen worden von O. Klemm[1]).

Um nun die relative Entstehungszeit der verschieden gerichteten Schallbilder zu ermitteln, wollen wir uns ein Schema der Zeitdifferenzerscheinungen herstellen.

Z. B. aus den Eigenschaften des Gedächtnisses wird gefolgert, daß die Erregung Zellen derart umzustimmen fähig ist, daß ihr Zustand eine Zeit hindurch erhalten bleibt und während dieser Zeit andere Eindrücke nicht aufgenommen werden können. Demgemäß denkt man sich das Entstehen der Richtungswirkung derart, daß die einohrige Erregung ein gewisses genau umschriebenes Zellengebiet, das für das Richtungshören in Betracht kommt, mit einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit durchläuft und dort die Zellen auf die entsprechende Richtung umstimmt. Werden sämtliche Zellen des Gebietes von der einen Seite her umgestimmt, so wird die extrem seitliche Lage des Schallbildes erreicht. Dies tritt ein, wenn die Schalleinwirkung auf der einen Seite um $2\,k$ früher erfolgt wie auf der anderen Seite. Treffen die beiden Erregungen gleichzeitig ein, so wird die Zellengruppe gleichzeitig von beiden Seiten her in verschiedener Weise umgestimmt und die beiden Erregungen treffen sich in der Mitte der Zellengruppe, womit die Fortpflanzung der Erregungen aufhört und die Zellengruppe ihre Richtungsverhältnisse einer höheren Zone weitergeben kann. In Fig. 15 sind in der oberen Zeichnung die Verhältnisse eingezeichnet für den Fall, daß die rechtsseitige Erregung, durch die weiße Fläche dargestellt, um eine Zeitdifferenz $2\,\delta$ früher eintrifft, wie die linksseitige, schwarz angegebene Erregung. Es ist daher der Treffpunkt der beiderseitigen Erregungen um δ von der Mitte verschoben.

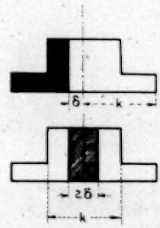


Fig. 15. Schema der beiderseitigen Erregung der Zellengruppe, in der die Richtungsbestimmung erfolgt.

Nehmen wir nun weiter an, daß die Verschiebung des Schallbildes auf der geradlinigen Bahn von der Mitte aus gerechnet durch den Überschuß der von der einen Seite erregten Zellenzahl gegenüber der von der anderen Seite erregten Zellenzahl, bezogen auf die Gesamtzahl der erregten Zellen dargestellt wird, so können wir aus der unteren Zeichnung, wo dieser Überschuß durch die schraffierte Fläche dargestellt ist, sehen, wie die Verschiebung von der Mitte mit der Zeitdifferenz proportional zunimmt bis zu einer Verschiebung $\delta = \frac{k}{2}$. Bei dieser Verschiebung, der eine Zeitdifferenz $\Delta t = k$ entspricht, hat sich die

1) O. Klemm, Arch. f. ges. Psychol. **50**, 205, 1925.

schraffierte Fläche von der Mitte nach beiden Seiten so verbreitert, daß es den gesamten erhöhten Teil der Zellengruppe ausfüllt. Von hier ab nimmt die Verschiebung des Bildes langsamer zu, da bei der gleichen Verbreiterung der schraffierten Fläche ihr Inhalt langsamer wächst, bis bei einer Verschiebung $\delta = k$, die eine Zeitdifferenz $\Delta t = 2k$ darstellt, keine Bildverschiebung mehr eintritt. Berücksichtigt man die geringere Bildverschiebung außerhalb der Knickstellen, indem man die Höhe des Zellengebietes in diesem Bereich dem 0,35-fachen in der Mitte setzt, so wird, wie wir gesehen haben, bei diesem Schema die Verschiebung des Schallbildes der beobachteten vollkommen gleich.

In Fig. 16 sind die beiderseitigen Erregungsverhältnisse der Reihe nach dargestellt für den

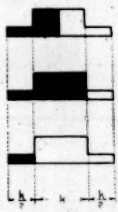


Fig. 16. Die Verteilung der beiderseitigen Erregungen bei verschiedenen Richtungen des Schallbildes.

Fall, daß sich das Schallbild in der Mitte, in der linken und rechten Knickstelle der Schallbahn befindet.

Man erkennt daraus sofort, daß bei einem in der Mitte befindlichen Bilde nach der Zeit k, vom Beginn der Erregung in der Zellengruppe an gerechnet, das Bild fertig ist, während für ein in der Knickstelle befindliches Bild dazu $\frac{3}{2}k$ notwendig ist, vom Eintreffen der ersten Erregung an gerechnet. Diese Differenz von $\frac{1}{2}k$ in der Entstehungszeit läßt sich auch experimentell bestätigen. Denn es zeigt sich in Fig. 14, daß sich die Sprunggebiete symmetrisch um einen Punkt verteilen, der um $\frac{1}{2}k$ nach dem Eintreffen des ersten Knalles des seitlichen Schallbildes liegt. Es tritt nämlich ein gleich leichtes gegenseitiges Verdecken nur dann auf, wenn der Vorsprung des einen Bildes in der Entstehungszeit in einem Fall gleich ist dem Vorsprung des anderen Bildes im anderen Fall. Daher ist die Entstehungszeit der beiden Schallbilder die gleiche, wenn die Erregung des mittleren Bildes um $\frac{1}{2}k$ nach dem Eintreffen der ersten Erregung des seitlichen Bildes eintrifft.

Stellt man mittels des unteren Röhrenpaares das Schallbild auf die Knickstelle der einen Seite und das andere Schallbild auf die Knickstelle der anderen Seite, und nimmt durch Verschieben des oberen Röhrenpaares die Knickstellen des zusammengesetzten Bildes auf, so zeigt es sich, daß sich die Knickstellen um $\frac{1}{2}k$ gegenüber dem ersten eintreffenden Knall des oberen Röhrenpaares nach späteren Zeiten verschieben, wenn im oberen Röhrenpaar das seitliche Bild durch ein mittleres vertauscht wird.

Es entstehen daher das mittlere und das in der Knickstelle befindliche Bild zur gleichen Zeit, wenn in der Fig. 14 das mittlere Bild sich auf der strichpunktierten Achse befindet.

Die Entstehungszeit τ eines Bildes beliebiger Richtung bezogen auf die erste eintreffende Erregung ist gegeben durch den Treffpunkt der beiden Erregungen, d. h. nach Fig. 15 durch $k + \delta$, da $\delta = \frac{1}{2}\Delta t$ ist, so folgt

$$\tau = k + \tfrac{1}{2}\Delta t.$$

Eine einfache Zusammensetzung der Bildrichtungen tritt ein, wenn sie zur gleichen Zeit entstehen, da dann die gegenseitige Verdeckung wegfällt. Da die von den beiden Erregungen zurückgelegte Strecke gleich der gesamten Länge der Zellengruppe ist, so bleibt der Zeitpunkt, bei der die Erregung der gesamten Länge eintritt, der gleiche, wenn die eine Erregung um ebensoviel früher einsetzt wie die andere später nachfolgt. Soll daher ein seitliches Bild mit einem in der Mitte befindlichen gleichzeitig sein, so muß der zuerst eintreffende Knall des seitlichen Bildes um $\frac{\Delta t}{2}$ früher, der zweite Knall um $\frac{\Delta t}{2}$ später eintreffen als der des mittleren Bildes. Es ist dann, wie aus Fig. 17 ersichtlich, die Zeitdifferenz

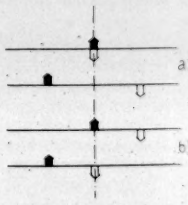


Fig. 17. Beweis dafür, daß die Zusammensetzung zweier gleich lauter und gleichzeitiger Bilder als ein Schallbild in der Mitte zwischen beiden Bildern aufgefaßt werden kann.

zwischen den beiden in einem Ohre einanderfolgenden Knallen, die durch schwarze bzw. weiße Pfeile angedeutet sind, in beiden Ohren gleich.

Die Zeitfolge der einzelnen Knalle in der Fig. 17 a und b ist identisch. Benutzt man den selbstverständlichen Satz, daß zwei gleichgerichtete Schallbilder beim Zusammensetzen keine

Richtungsänderung zeigen, auch dann nicht, wenn sie ungleichzeitig entstehen, da beim gegenseitigen Verdecken der Bilder keine Richtungsänderung eintritt, so folgt aus den beiden Zeichnungen, daß die Zusammensetzung zweier gleichlauter und gleichzeitiger Bilder als ein Bild in der Mitte zwischen beiden Bildern erfaßt werden kann. Denn es beträgt die Zeitdifferenz der beiden gleichen Schallbilder in der Fig. 17b das Mittel der beiden Zeitdifferenzen in der Fig. 17a.

Um dies experimentell zu prüfen, stellt man zunächst die Gleichzeitigkeit der beiden Schallbilder her, indem man in der in Fig. 9 dargestellten Schaltung in beiden Röhrensystemen je ein genau in der Mitte befindliches Schallbild herstellt, hierauf z. B. die beiden mittleren Röhren ausschaltet und das obere Röhrenpaar solange verschiebt, bis das Schallbild in der Mitte erscheint. Schaltet man die beiden Röhren wiederum ein, so ist man sicher, daß alle vier Erregungen gleichzeitig eintreffen, da je zwei verschiedenseitige Erregungen kombiniert immer ein Bild in der Mitte ergeben. Verlängert man dann beim einen Röhrenpaar von dieser Stellung ausgehend, die eine Röhre um ebensoviel als man die andere verkürzt, so ist die Gleichzeitigkeit gewährleistet.

Die Messung führt man aus, indem man zunächst das in der Mitte befindliche Bild einschaltet, worauf man das seitliche Bild hinzufügt, um schließlich das mittlere Bild wiederum auszuschalten. Die von verschiedenen Beobachtern gemessenen Verschiebungen des Bildes auf der geradlinigen Schallbahn, bezogen auf den Bildabstand der beiden einzelnen Bilder, sind in Tabelle III eingetragen.

Tabelle III.

Verschiebung von der Mitte bis zum zusammengesetzten Bild	Verschiebung vom zusammengesetzten Bild bis zum seitlichen Bild
0,533	0,400
0,536	0,462
0,502	0,571
0,500	0,598
0,462	0,540
0,538	0,432
Mittelwerte: 0,512	0,499

Wird auch im anderen Röhrensystem die eine Röhre um das gleiche verlängert, wie die andere verkürzt, so lassen sich zwei gleichzeitig entstehende Bilder beliebiger Richtung zu einem ebenfalls in der Mitte befindlichen Bild zusammensetzen. Doch sind die Verschiebungen möglichst auf die eine Seite zu beschränken, da auf beiden Seiten die der gleichen Zeitdifferenz entsprechende Verschiebung etwas verschieden sein kann.

Diese einfache Zusammensetzung gilt auch bei der Zusammensetzung von wenig verschiedenen Bildrichtungen, wie bereits E. M. v. Hornbostel gezeigt hat, bei größeren Winkeln jedoch sind die Bildrichtungen durch die erwähnten Sprungerscheinungen auf die geradlinige Schallbahn zu beziehen, hier die Zusammensetzung auszuführen und das erhaltene Bild wiederum auf die vordere Schallbahn zu bringen.

Beobachtet man die Zusammensetzung von zwei ungleichzeitig entstehenden Schallbildern, so ist zu berücksichtigen, daß dabei vier verschiedene Fälle vorkommen können. Es kann nämlich die Bildauffassung eine derartige sein, daß eine von den beiden Bildern vollständig verdeckt wird, auch dann, wenn es zeitlich früher entsteht. Es tritt dann beim gegenseitigen Verschieben des oberen und unteren Röhrenpaares überhaupt keine Richtungsänderung ein, obwohl sich die Klangfarbe etwas ändert. Das Entstehen dieser Bildauffassung wird begünstigt, wenn man das eine Bild schwächt und nur allmählich seine Schallstärke bis zur Lautstärkengleichheit erhöht. Die so entstehenden beiden Fälle sind für die Zusammensetzung eines in der Mitte und in der

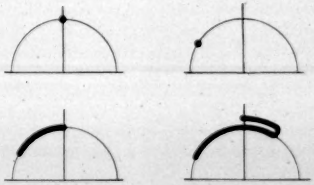


Fig. 18. Das Entstehen verschiedener Richtungsänderungen durch verschiedene Kombination der Knalle zu Schallbildern.

linken Knickstelle befindlichen Bildes in der Fig. 18, durch die schwarzen Punkte in den beiden oberen Figuren, dargestellt.

Außerdem können die beiden Knallpaare auf zwei verschiedene Weisen zu zwei Schallbildern kombiniert werden, wie es bereits aus den Fig. 17a und b ersichtlich war. Man begünstigt das Entstehen der einen oder anderen Kombination, wenn die beiden zusammen zu fassenden Knalle gleichzeitig miteinander verschoben oder hin- und herbewegt werden. Besteht zwischen den einzelnen Knallen in der Klangfarbe usw. kein merklicher Unterschied, so führt dies meist schon zum Ziel, wenn auch nicht zu jeder Zeit. Meist findet dabei der Übergang von der einen in die andere Bildauffassung plötzlich ohne irgendeinen äußeren Grund statt. Oft kann man auch

dadurch nachhelfen, daß man die Klangfarbe der beiden zusammen zu fassenden Knalle, durch Parallelschalten eines Kondensators zum Fernhörer, verändert und nach eingetretener Umstellung die Kondensatoren allmählich verkleinert.

Werden die Knalle nach der Fig. 17 a zusammengefaßt, so bewegt sich das zusammengesetzte Schallbild von der linken Knickstelle aus bis zur Mitte und bleibt dort stehen. Ist jedoch die Auffassung Fig. 17 b vorhanden, so wandert das Bild bei Verschiebung des oberen Röhrenpaares über die Mitte hinaus bis zu etwa der halben Knickentfernung nach rechts und kehrt von hier zur Mitte zurück um dann stehen zu bleiben. Damit das zusammengesetzte Bild von der Mitte wiederum zur Mitte zurückkehrt, muß das obere Röhrenpaar um k verschoben werden. Diese beiden Fälle sind in der Fig. 18 ebenfalls dargestellt.

Die zunächst unverständlich erscheinende Verschiebung des zusammengesetzten Bildes auf die rechte Seite läßt sich leicht erklären, wenn wir in Fig. 14 das mittlere Schallbild des oberen Röhrenpaares in der auf der linken Seite durch die schraffierten Pfeile angegebenen Stellung betrachten. Bei der Zusammensetzung nach der Fig. 17 b befindet sich das eine Schallbild, erzeugt durch die beiden mittleren Röhren, in der rechtsseitigen Knickstelle, das andere Schallbild jedoch in der linken extrem seitlichen Lage. Wie aus Fig. 16 ersichtlich, entsteht das extrem seitliche Schallbild um $\frac{1}{2}k$ später wie das im Knick befindliche, es wird daher das linksseitige Bild zum Teil verdeckt und das zusammengesetzte Schallbild erscheint rechts. Schiebt man das obere Röhrenpaar noch weiter vor, so ändert sich die Entstehungszeit des linksseitigen Bildes nicht mehr, denn sie ist nach der Zeit $2k$ nach dem Eintreffen der ersten Erregung beendet, da die ganze Zellengruppe umgestimmt ist. Bei dem rechtsseitigen Bild jedoch verlängert sich die Entstehungszeit von $1{,}5\,k$ bei einer Röhrenverschiebung um $0{,}5\,k$ auf den gleichen Wert von $2k$, wie die Entstehungszeit des linksseitigen Bildes, so daß nun keine gegenseitige Verdeckung der Bilder eintritt, womit das zusammengesetzte Bild in die Mitte gelangt.

Welche der Knallkombinationen vorhanden ist, kann man bis zu einem gewissen Grade auch an der Klangfarbe des zusammengesetzten Bildes erkennen. Denn verdeckt das mittlere Bild das seitliche, so ertönt das zusammengesetzte Bild kurz, knallförmig. Ist jedoch die Auffassung Fig. 17 b vorhanden, so erscheint es in die Breite gezogen und nicht so prägnant.

Die Tatsache, daß zwei auf die entgegengesetzte Seite in die extremseitliche Lage gestellte Bilder, bei einer gegenseitigen zeitlichen Verschiebung, sich genau so verhalten wie zwei einohrige Schallbilder, spricht dafür, daß in bezug auf das Richtungshören zwischen einem extremseitlichen zweiohrigen Schallbild und einem einohrigen kein Unterschied besteht.

Wird z. B. ein einohriges Bild, das man sich durch Ausschalten des einen Fernhörers in der Schaltung in Fig. 9 herstellt, und ein zweiohriges, extrem seitlich gestelltes Bild zusammengeschaltet, so tritt bei der zeitlichen Verschiebung des einohrigen Bildes vollkommen die gleiche Wanderungserscheinung auf wie beim gewöhnlichen Richtungshören. Das zusammengesetzte Schallbild befindet sich in der Mitte, wenn die beiden zuerst eintreffenden Knalle der beiden Seiten gleichzeitig ertönen.

Einzig die kleinen Verschiebungen des Schallbildes außerhalb der beiden Knickstellen lassen sich bei dem aus zwei Schallbildern zusammengesetzten Schallbild nicht ganz einwandfrei beobachten, da es eine bedeutend größere Ausdehnung und keine so scharfen Umrisse besitzt wie das Bild des gewöhnlichen Richtungshörens bei kleinen Lautstärken.

6. Die Bildverschiebung bei einer einseitigen Schallstärkenänderung.

Stellt man in Fig. 1 für den Knall beiderseitige Lautstärkengleichheit her, und verschiebt die Röhren so, daß das Schallbild genau in der Mitte erscheint, so beobachtet man bei einer stetigen Vergrößerung der Schallstärke des einen Fernhörers, durch entsprechende Verstellung der einen Eichleitung, ein stetiges Wandern des Schallbildes von der Mitte zur Seite des stärker ertönenden Fernhörers. Mit zunehmendem Lautstärkenunterschied rückt das Bild immer mehr zur Seite, bis es schließlich ganz seitlich erscheint und vom einohrigen Schall nicht mehr unterschieden werden kann. Der Übergang vom zweiohrigen Schallbild zum einohrigen ist schwer zu beobachten, da mit zunehmendem Lautstärkeunterschied das Bild an Breite zunimmt und die Schärfe der Umrisse verliert, so daß die geringen seitlichen Bildverschiebungen nicht gut feststellbar sind. Dieses stetige Wandern des Schallbildes bei zunehmendem Lautstärkeunterschied konnte bei allen Beobachtern festgestellt werden, wenn dafür gesorgt wurde, daß eine Änderung der Schallstärke keine Änderung der Klangfarbe des Knalles bewirkt und wenn die beiden Knalle rechts und links in jeder Beziehung vollständig gleich erscheinen. Es genügt dazu oft nicht die beiden Fernhörer gleich zu machen, sondern es müssen auch die Unterschiede in der Hörfähigkeit der beiden Ohren berücksichtigt werden, indem man die Freqûenzabhängigkeit der Hörschwelle auf-

nimmt und durch Anbringen entsprechender Verzerrungsnetzwerke an die Fernhörer die etwa vorkommenden Ungleichheiten ausgleicht.

Jedoch gelingt es auch bei vollständiger Knallgleichheit sich so umzustellen, daß an Stelle des stetigen Wanderns das Bild bis zu einer gewissen einseitigen Schallstärkenerhöhung genau in der Mitte bleibt, um dann plötzlich an jene Stelle zu springen, die ihm beim stetigen Wandern dieser Schallstärkenänderung entspricht. Andererseits gelingt es auch bei einem einohrigen Knall, die Schallstärke im anderen Ohr von der Hörschwelle ausgehend allmählich zu vergrößern, ohne daß eine Änderung des einohrigen Bildes eintritt, bis dann auch hier ein plötzliches Springen des Bildes in die beim gewöhnlichen Wandern innegehabte Stelle eintritt. Meist tritt jedoch dieses Unterdrücken des schwächeren einohrigen Schallbildes nicht ein, und es setzt bereits von der Hörschwelle beginnend ein stetiges Wandern nach der Mitte ein.

Erfolgt bei einer Änderung der Schallstärke eine Änderung der Klangfarbe, oder sind die Schalleinwirkungen auf beiden Seiten nicht ganz gleich, so tritt bei einer einseitigen Schallstärkenerhöhung, mehr oder weniger spät, ein Bildzerfall ein, der vollständig sein kann, wenn in jedem Ohr gesondert ein Bild gehört wird, oder nur unvollständig, wobei auf der stärker ertönenden Seite ein einohriges Bild beobachtet wird und außerdem noch ein zweiohriges, daß je nach den Lautstärkeverhältnissen seine Lage ändert.

Es fragt sich nun, wieso das Wandern des Schallbildes bei einer einseitigen Schallstärkenerhöhung eintritt. Zunächst ist es möglich, daß die Nervenleitungsgeschwindigkeit von der Schallstärke abhängt und auf diese Weise bei einer Schallstärkeerhöhung eine Zeitdifferenz zwischen den beiden Schalleinwirkungen entsteht. Für die Nervenleitungsgeschwindigkeit innerhalb der Zellengruppe, die zur Richtungsbestimmung dient, kommt dies nicht in Betracht, da mit zunehmender Lautstärke die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner wird, indem die Zeit $2\,k$, die zur Umstimmung der gesamten Zellengruppe notwendig ist, mit der Schallstärke zunimmt. Es trifft daher der stärkere Reiz im allgemeinen später ein und verliert damit an Wirksamkeit. Tatsächlich zeigt es sich, daß die gleiche einseitige Schallstärkenerhöhung bei Beobachtern mit fast konstantem k größere seitliche Ablenkungen bewirkt, wie bei Beobachtern mit veränderlichem k.

Es kann daher nur die Änderung der Nervenleitungsgeschwindigkeit der Nerven von der Basilarmembran bis zu der Zellengruppe der Richtungsbestimmung in Frage kommen. Nun ist für einen Ton von über 3000 Hz bekannt, daß die Herstellung einer Zeitdifferenz keine Richtungsänderung bewirkt, da er sich bei Lautstärkengleichheit stets in der Mitte befindet. Es kann somit auch die Änderung der Nervenleitungsgeschwindigkeit auf seine Richtung keinen Einfluß haben. Bei einem Knall dagegen kann die Änderung der Ansprechzeit der Nervenenden und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine deutliche Richtungsänderung bewirken. Stellt man nun die Spannungen der Stromquellen in der Fig. 1 so ein, daß bei einem Umschalten des Schalters S, der Ton von über 3000 Hz, das Geräusch und der Knall gleich laut erscheinen, so beobachtet man, daß bei einem in der Mitte befindlichen beiderseits gleichlauten Schallbild eine einseitige Erhöhung der Schallstärke, durch Verstellen einer der Eichleitungen, für alle drei Schallarten im großen die gleiche Richtungsablenkung erzeugt.

Es kann daher die Richtungsänderung bei Lautstärkenungleichheit nicht auf das Entstehen einer Zeitdifferenz der Erregungen zurückgeführt werden, sondern sie wird unmittelbar durch die Größenverhältnisse der Erregungen bestimmt.

Man kann dies besonders zeigen, wenn man die Richtungsänderungen bei einem mit etwa 100 Hz modulierten Ton von über 3000 Hz beobachtet, wozu die Schaltung in Fig. 19 dient.

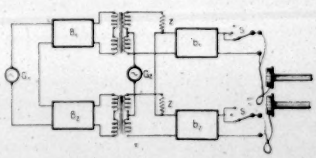


Fig. 19. Schaltung zur Beobachtung der Richtungsänderung bei schwebenden Tönen.

Der Generator G_2 speist die beiden Eichleitungen b_1 und b_2, die mittels des Schalters S so eingestellt werden, daß beiderseits Lautstärkengleichheit vorhanden ist. Der Generator G_1, dessen Frequenz um etwa 100 Hz größer ist wie die des Generators G_2, erzeugt mit G_2 einen schwebenden Ton, wobei die Stärke der Amplitudenschwankungen, der Grad der Modulierung, mit den Eichleitungen B_1 und B_2 gesondert für jedes Ohr eingestellt werden kann. Durch die Brückenschaltung, in der Z gleich der Impedanz der Eichleitungen ist, wird eine gegenseitige Beeinflussung der beiden Generatoren vermieden.

Verstärkt man nun allmählich auf beiden Seiten gleichartig die Modulation, so erreicht man einen Wert, wo die meisten Beobachter deutlich einen unmodulierten Ton wahrnehmen, der sich stets in der Mitte befindet und einen vollkommen durchmodulierten Ton, dessen Lage sich durch

Ändern der Röhrenlänge verschieben läßt. Bei einigen Beobachtern tritt keine Trennung ein, so daß sie nur ein einziges Bild beobachten, das sich mit zunehmender Modulation bei gegebener Zeitdifferenz immer mehr aus der Mitte entfernt.

Vergrößert man nun die Modulation links um ein gewisses Vielfaches, so wandert der durchmodulierte Ton bei Gleichzeitigkeit der Schalleinwirkungen nach links, während der unmodulierte Ton in der Mitte stehen bleibt. Verkleinert man hierauf die gesamte Schallstärke links um das gleiche Vielfache, um das man die Modulation vergrößert hat, so erscheint der durchmodulierte Ton genau an seiner ursprünglichen Stelle. Der unmodulierte Ton wandert dabei nach rechts. Bei Beobachtern, die beide Töne nicht trennen können, wandert der Ton zunächst stark nach links, um dann bei der Verkleinerung der gesamten Schallstärke etwas nach rechts zu kommen.

Erhöht man zunächst links die gesamte Schallstärke, so wandert der modulierte Ton nach links. Schwächt man hierauf die Modulation links um ebensoviel als man die Schallstärke erhöht hat, so erscheint der modulierte Ton wiederum genau in der Mitte. Tritt kein Bildzerfall ein, so bleibt eine geringe Abweichung nach links übrig, die umso geringer ist, je stärker der modulierte Ton gegenüber dem unmodulierten ist.

Diese Versuche zeigen, daß die Richtung des durchmodulierten Tones unabhängig ist von der gesamten Lautstärke, es kommt nur darauf an, daß der modulierte Betrag in beiden Ohren absolut gleich groß ist. Der unmodulierte Teil spielt dabei keine Rolle, trotzdem sich beide Teile wohl als Ganzes bis zu den Zellen des Richtungshörens fortpflanzen, wo erst der Bildzerfall eintreten kann.

Schaltet man in Fig. 19 die Eichleitungen B_1 und B_2 je an einen gesonderten Generator G_1 und G_1', deren Frequenzen von etwa 100 Hz sich um etwa 1 Hz unterscheiden und stellt die Eichleitungen so ein, daß die Amplitude der zur Schwebung kommenden Töne gleichgroß ist, so beobachtet man bei Lautstärkengleichheit in beiden Fernhörern einen regelrechten Drehton, wobei sich der etwa mit 100 Hz schwebende Ton von 3000 Hz im Kreise, oberhalb dem Kopfe herumbewegt. Da dies auch bei ganz kleinen Schallamplituden eintritt, wo ein etwa infolge der nichtlinearen Eigenschaften im Ohr entstehender Differenzton von 100 Hz noch nicht die Hörschwelle erreicht hat, und ferner mit einem Ton von 100 Hz und einem mit 101 Hz modulierten Ton von 3000 Hz kein Drehton erhalten werden kann, so spricht dies dafür, daß die gleichen Nerven die 3000 Hz übermitteln, auch diese raschen Intensitätsschwankungen von 100 Hz, die bereits einen Toncharakter besitzen, übertragen. Dies kann für die Anwendung des Prinzipes der spezifischen Sinnesenergie in der Theorie des Hörens[1]) von Interesse sein.

Es ist somit festgelegt, daß für die Richtungsänderungen bei einseitiger Schallstärkenerhöhung die ungleichförmige Größe der beiderseitigen Erregungen maßgebend ist, indem in diesem Falle, Gleichzeitigkeit der Erregungen vorausgesetzt, auf der Seite der größeren Erregung bedeutend mehr Zellen, bis zum Zusammentreffen der beiderseitigen Erregungen, umgestimmt werden, wie auf der anderen Seite. Man kann die so entstehende Richtungsänderung kompensieren, indem der schwächeren Erregung ein Zeitvorsprung gegeben wird. Ist der Zeitvorsprung so groß, daß von beiden Erregungen die gleiche Zahl von Zellen umgestimmt wird, so befindet sich das Schallbild in der Mitte.

Es erlaubt nun die Größe der Zeitdifferenz, die eine bei gegebener einseitiger Schallstärkenänderung entstehende Richtungsänderung kompensiert, festzustellen, wie sich die Erregung an der Vereinigungsstelle der beiderseitigen Hörnerven mit der Schallstärke ändert. Erhöht man nämlich die Schallstärke in einem Ohr um ein gewisses Vielfaches, so muß, damit die Größe der Erregungsgebiete rechts und links gleich bleibt, der Schall im anderen Ohr um eine Zeitdifferenz voreilen, die umgekehrt proportional der Erregung ist. Nun zeigen die Messungen in Fig. 20 mit zwei Beobachtern, für

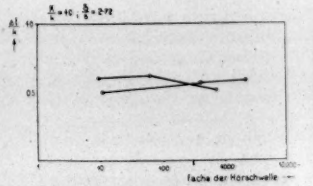


Fig. 20. Die gegenseitige Kompensation einer Richtungsänderung bei beidohriger Schallstärkenungleichheit und einer Zeitdifferenz ist von der Lautstärke der Schallbilder unabhängig.

die sich k mit der Schallstärke nicht merklich ändert, bei einer 2,72-fachen einseitigen Schallstärkenerhöhung, daß die auf k bezogene Zeitdifferenz Δt, die die entstehende Richtungsänderung kompensiert, für Schallstärken vom 10- bis zum 3000fachen der Hörschwelle die gleiche ist.

Diese Unabhängigkeit ist nur dann möglich, wenn an der Vereinigungsstelle der beiderseitigen

1) E. Meyer, Geigers Handb. d. Physik, S. 256, 1927.

Hörnerven die Erregung angenähert proportional der Schallstärke ist. Im Falle der logarithmischen Abhängigkeit z. B. müßte bei einer Schallstärkenerhöhung vom 10- auf das 1000 fache sich $\frac{\Delta t}{k}$ um das dreifache vermindern. Denn ist die Erregung dem natürlichen Logarithmus proportional, so stellt die 2,72 fache Schallstärkenerhöhung immer die gleiche Zunahme der Erregung um $\ln 2{,}72 = 1$ dar. Andererseits ist die Größe der Erregung bei dem Zehnfachen der Hörschwelle $\ln 10 = 2{,}3$ und bei dem Tausendfachen der Hörschwelle $\ln 1000 = 6{,}9$. Soll daher der stets gleiche Flächenüberschuß auf der Seite der stärkeren Erregung kompensiert werden, so muß in erster Annäherung bei dem Tausendfachen der Hörschwelle die Zeitdifferenz Δt dreimal größer sein wie bei dem Zehnfachen der Hörschwelle, da dem gleichen zeitlichen Vorsprung, wegen der dreimal größeren Erregung, eine dreimal größere Flächenabnahme entspricht.

Wir können daher unser Erregungsschema des Richtungshörens in Fig. 15 dahin ergänzen, daß die Erregung proportional der Schallstärke ist. Wenden wir dieses Schema auf den Fall einer einseitigen 2,72 fachen Schallstärkenerhöhung an, so erhalten wir die in Fig. 21 dargestellten Ver-

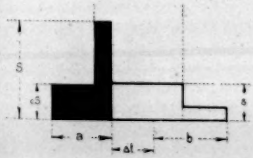


Fig. 21. Berechnung einer gegenseitigen Kompensation einer Zeitdifferenz und einer einseitigen Schallstärkenerhöhung.

hältnisse. Wir wollen nun aus ihr die Zeitdifferenz Δt berechnen, bei der die beiderseitigen Erregungsgebiete gleich groß werden.

Da die Größe des Zellengebietes in der die Richtung bestimmt wird, von der Schallstärke unabhängig ist, so kann die Tatsache, daß sich k mit der Lautstärke ändert, nur so zum Ausdruck gebracht werden, daß sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, mit der die Erregung die Zellengruppe durchschreitet, mit zunehmender Lautstärke verkleinert und umgekehrt proportional k ist. Es fragt sich nun, ob bei einer beiderseitig ungleich starken Erregung k irgendeinen für die ganze Zellengruppe konstanten Durchschnittswert annimmt oder ob etwa jede Erregung ihre ursprüngliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit bis zum Zusammentreffen der beiderseitigen Erregungen beibehält, unabhängig von den Erregungsverhältnissen der anderen Seite. Es läßt sich dies leicht entscheiden, wenn man bei dem beiderseits ungleich starken Schallbilde die Zeitdifferenz der Knickstellen durch Verschieben der einen Röhre bestimmt. Denn läuft der schwächere Knall zeitlich um k voraus, so muß er den stärkeren Knall verdecken, wenn sein k-Wert nicht geändert wurde. Andererseits wird der schwächere Knall verdeckt, wenn der stärkere Knall um der ihm entsprechenden Hornbostel-Wertheimerschen Konstanten K zeitlich vorgeht. Es beträgt daher der Abstand zwischen den beiden Knickstellen $k + K$, wenn keine gegenseitige Beeinflussung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten eintritt. Die Messungen ergeben folgendes:

Tabelle IV.

k	K	$k + K$ berechnet	$k + K$ gemessen
19,8	26,25	46,05	46,3
13,85	18,25	32,10	32,5
11,5	17,0	28,5	29,0

Die einseitige Schallstärkenerhöhung betrug dabei das 2,72fache. Bei größeren Schallstärkenerhöhungen tritt meist an den Knickstellen ein Bildzerfall ein.

Auch sonst beeinflussen sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten gegenseitig nicht merklich. Überlagert man einem zweiohrigen Knall ein bedeutend stärkeres Geräusch, ebenfalls zweiohrig, so tritt keine Änderung der Knickentfernungen des Knalles ein. Die Messungen führt man zweckmäßig so aus, daß sich der Knall bei der Bestimmung der Knickstellen auf der anderen Seite befindet wie das Geräusch.

Fügt man einem schwachen Knallbild ein gleichartiges bedeutend stärkeres, in der Mitte befindliches, zweites Knallbild hinzu, derart, daß wegen dem früheren Eintreffen des schwächeren Bildes das stärkere verdeckt wird, so tritt eine bedeutende Vergrößerung der Lautstärke ein, ohne daß sich jedoch der Knickabstand ändert.

Da sich somit die beiden Erregungen unabhängig und umgekehrt proportional k fortpflanzen, so legt in Fig. 21, beim gleichzeitigen Einsetzen der beiderseitigen Erregungen, die stärkere Erregung die Strecke a zurück, während die schwächere Erregung in der gleichen Zeit die größere Strecke b zurücklegt, wobei zwischen beiden die Beziehung besteht

$$\frac{a}{b} = \frac{k}{K}. \qquad (1)$$

Da sich die Erregungen mit konstanter Geschwindigkeit durch die Zellengruppe fortpflanzen, so können wir die Länge in der Zellen-

gruppe unmittelbar durch die Zeitdifferenzen darstellen. Wählen wir dazu die der schwächeren Erregung, so ist der Abstand vom äußersten rechten Ende der Zellengruppe bis zum Gebiet größerer Erregung $\frac{1}{2}k$, bis zu der Knickstelle der anderen Seite $\frac{3}{2}k$ und die Länge des gesamten Gebietes $2k$. Damit erhalten wir die Gleichung

$$a + \Delta t + b = 2k. \qquad (2)$$

Soll durch die Zeitdifferenz die Richtungsänderung der einseitigen Schallstärkenerhöhung vollkommen kompensiert werden, so daß das Bild wiederum in der Mitte erscheint, so müssen die beiderseitigen Erregungsflächen einander gleich sein. Gibt c das Verhältnis der Erregungsgröße außerhalb der beiden Knickstellen bezogen auf die in dem mittleren Teile an, S und s die der Schallstärke proportionalen Erregungen, so ist

$$cS\frac{k}{2} + S\left(a - \frac{k}{2}\right) = s\left(\Delta t + b - \frac{k}{2}\right) + cs\frac{k}{2}. \qquad (3)$$

Auch Gleichung (1) ergibt sich

$$a + b = a\left(1 + \frac{K}{k}\right).$$

Dies in (2) eingesetzt

$$\frac{\Delta t}{k} = 2 - \frac{a}{k}\left(1 + \frac{K}{k}\right). \qquad (4)$$

Eliminiert man aus (3) mit Hilfe von (2) $\Delta t + b$, so läßt sich a berechnen, womit (4) übergeht in

$$\frac{\Delta t}{k} = 2 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{K}{k}\right)\frac{3 + c + \frac{S}{s}(1 - c)}{1 + \frac{S}{s}}. \qquad (5)$$

Die nach dieser Gleichung mit $c = 0{,}35$, $\frac{S}{s} = 2{,}72$ berechneten Werte von $\frac{\Delta t}{k}$ sind in Abhängigkeit von $\frac{K}{k}$ in der Fig. 22 durch die gestrichelte Gerade eingetragen.

Die eingezeichneten Meßpunkte wurden erhalten, indem in der Schaltung in Fig. 1 nach eingestellter beiderseitiger Lautstärkengleichheit durch Verschieben der einen Röhre die Entfernungen der Knickstellen $2k$ und $2K$, für die Schallstärken s bzw. S bestimmt wurden. Hierauf wurde auf die Schallstärke s eingestellt, das Schallbild in die Mitte gebracht und die Röhrenverschiebung aufgezeichnet, die notwendig war, die Richtungsänderung bei der einseitigen Schallstärkenerhöhung auf S zu kompensieren. Für die Beobachter bei denen sich k mit der Schallstärke nur sehr wenig ändert, d. h. $\frac{K}{k} = 1{,}0$ ist, stimmen die erhaltenen Meßwerte im Mittel mit den aus dem Mittelwert $c = 0{,}35$ berechneten Werten sehr gut überein. Auch der Abfall der Zeitdifferenz mit zunehmendem $\frac{K}{k}$ wird durch die Messungen deutlich wiedergegeben. Im allgemeinen werden zu kleine Meßwerte erhalten, was zum Teil auf den Ermüdungserscheinungen beruht, da beim stärkeren Knall eine

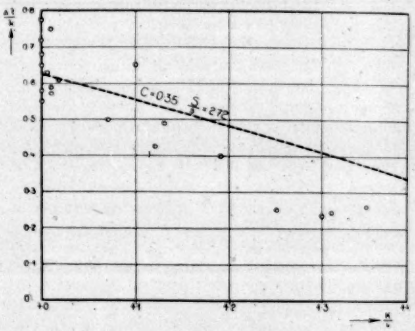


Fig. 22. Berechnete und gemessene Zeitdifferenz die eben eine Richtungsänderung bei einer 2,72fachen einseitigen Schallstärkenerhöhung kompensiert.

deutlich merkbare stärkere Ermüdung eintritt, so daß seine Erregungsstärke sinkt und damit auch die Kompensationszeit kleiner wird. Um dies möglichst zu vermeiden, führt man die Schallstärkenerhöhungen abwechselnd auf dem einen und dem anderen Ohre aus und läßt die Knalleinwirkungen nur in größeren Zeitabständen einander folgen. Es zeigt sich bei den Messungen deutlich, daß mit zunehmender Vorsicht in dieser Hinsicht eine stete Zunahme der Meßwerte eintritt.

Daß für Beobachter mit großer Lautstärkeabhängigkeit von k trotz aller Vorsicht die Meßwerte zu klein werden, kann darauf beruhen, daß bei ihnen durch die Schalleinwirkung eine Veränderung der Erregungsstärke eintritt, derart, daß sie nicht mehr proportional der Schallstärke ist, sondern etwas langsamer zunimmt. Es ist jedoch wahrscheinlicher, daß die Abnahme der Nervenfortpflanzungsgeschwindigkeit beim starken Knalle sich nicht nur auf das Zellengebiet erstreckt, in der die Richtungsbestimmung erfolgt, sondern auch auf die Nervenbahn bis zu diesem Zellengebiet. Damit trifft der stärkere Knall verspätet ein, so daß seine Erregungsfläche verkleinert wird.

Bei größeren Schallstärkevervielfachungen wird die Kompensation durch eine Zeitdifferenz

nicht mehr genau durchführbar, da das Schallbild sich in die Breite zieht und ein beginnender Bildzerfall einsetzt.

Erhöht man einseitig die Schallstärke, so kann die Verschiebung des Schallbildes auf der geradlinigen Schallbahn sehr gut geschätzt werden. Zu dem Zweck stellt man das obere Röhrenpaar in der Schaltung in Fig. 9 so ein, daß sich das Schallbild in der Mitte befindet, während das Schallbild des unteren Röhrenpaares in der Knickstelle erscheint. Vergrößert man die Schallstärke einseitig im oberen Röhrenpaar, so verschiebt sich das Bild von der Mitte, wobei man die Größe der Verschiebung zweckmäßig auf einen Stab aufzeichnet. Hierauf schaltet man auf das untere Röhrenpaar um, worauf sich das Bild bis zur Knickstelle weiter verschiebt, was man ebenfalls aufzeichnet. Das Verhältnis der Verschiebung von der Mitte bei der einseitigen Schallstärkenänderung zur Bildverschiebung von der Mitte bis zur Knickstelle kann als Maß der Richtungsänderung bei einer einseitigen Schallstärkenerhöhung betrachtet werden.

Da bei einem scharfen Knall die Richtungsänderung einer einseitigen Schallstärkenerhöhung durch eine Zeitdifferenz kompensiert werden kann, ohne daß bis zu einer über dreifachen Schallstärkenerhöhung ein Bildzerfall eintritt, so scheint es für die Richtungsänderung gleichgültig zu sein, ob man die Größe des einen Erregungsgebietes durch eine Schallstärkenerhöhung oder durch eine Zeitdifferenz erhöht.

Es läßt sich somit die einer Schallstärkenerhöhung entsprechende Zeitdifferenz berechnen,

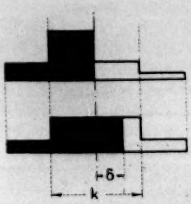


Fig. 23. Zur Berechnung der Zeitdifferenz, die die gleiche Bildverschiebung auf der geradlinigen Schallbahn bewirkt, wie eine einseitige Schallstärkenerhöhung.

für die die Flächen der beiderseitigen Erregungen erhalten bleiben, wenn die beiderseitige Erregung auf gleiche Größe gebracht wird.

Entsteht infolge einer Zeitdifferenz eine Verschiebung des Treffpunktes der beiderseits gleichgroßen Erregung um δ vom Mittelpunkt, wie in der Fig. 23 dargestellt ist, so gibt $\delta : \frac{1}{2} k$ unmittelbar das Verhältnis der durch die einseitige Schallstärkenerhöhung entstehenden Bildverschiebung auf der geradlinigen Bahn zur Bildverschiebung bis zur Knickstelle an. Denn ist $\delta = \frac{1}{2} k$, so befindet sich das Schallbild in der Knickstelle. Wir wollen nun die Abhängigkeit von der Schallstärkenerhöhung für $\frac{2\delta}{k}$ berechnen, jedoch nur für Beobachter, bei denen $\frac{K}{k} = 1{,}0$ ist, so daß die Ungleichheit in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht berücksichtigt werden muß.

Unter Beibehaltung der Bezeichnungen von Fig. 21 erkennt man aus der oberen Zeichnung in Fig. 23, daß das Verhältnis der schwarzen zur weißen Fläche $\frac{S}{s}$ beträgt. Dieses Verhältnis der Flächen muß nun auch im unteren Schema, wo die Flächenungleichheit durch die Zeitdifferenz hergestellt wird, erhalten bleiben, d. h.

$$\frac{S}{s} = \frac{\frac{1}{2} c k + \frac{1}{2} k + \delta}{\frac{1}{2} c k + \frac{1}{2} k - \delta}, \tag{6}$$

daher

$$\frac{2\delta}{k} = (1 + c)\,\frac{\frac{S}{s} - 1}{\frac{S}{s} + 1} \tag{7}$$

Die nach dieser Formel berechneten Werte der Bildverschiebung sind in Fig. 24 durch die gestrichelte Kurve eingetragen. Sie stimmen mit den beobachteten Verschiebungen, die Mittelwerte aus einer sehr großen Zahl von Messungen

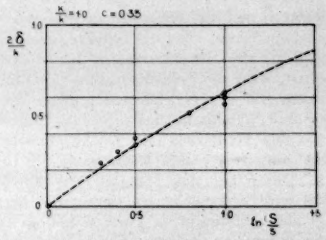


Fig. 24. Für die geradlinige Schallbahn berechneten und gemessenen Bildverschiebungen bei einer einseitigen Schallstärkenerhöhung.

darstellen, mit einer nicht erwarteten Genauigkeit überein. Berechnet man die Verschiebungen für die Beobachter, bei denen $\frac{K}{k} > 1{,}0$, so erhält man sehr gut die beobachtete Abnahme der Verschiebungen mit zunehmendem $\frac{K}{k}$. Doch sind auch hier wiederum die Verschiebungen etwas zu klein, wobei mit zunehmender einseitiger Schall-

stärkenerhöhung die Abweichungen größer werden. Doch auch mit den Beobachtern mit $\frac{K}{k} = 1{,}0$ sind alle Vorsichtsmaßregeln zu treffen und zwischen jeder einzelnen Beobachtung eine längere Pause einzuschalten.

Die Zeitdifferenzerscheinungen zeigen somit, daß die Größe der Erregung der Schallstärke angenähert proportional ist. Doch gilt diese Proportionalität der Erregung nur für den ersten Augenblick der Erregungsänderung, denn für Empfindungen wie z. B die Lautstärke, für die weniger der Erregungsanstieg, sondern der zeitliche Mittelwert der Erregung maßgebend ist, ergeben sich ganz andere Beziehungen.

Zusammenfassung.

Nach Beschreibung einer Meßanordnung zur Herstellung von zweiseitigen Schalleinwirkungen mit gegebener Zeitdifferenz und Schallstärkenverhältnissen, bei der mit den Zeitdifferenzänderungen keine Änderung der Klangfarbe und der Schallstärke verbunden ist, wird der Einfluß der Ermüdungserscheinungen auf das Richtungshören untersucht und festgestellt, daß die Ermüdungserscheinungen sich auf die Änderung der Lautstärkenverhältnisse zurückführen lassen und somit rein peripherer Natur sind. Hierauf werden die bei einer Zeitdifferenzänderung von dem Schallbild beschriebenen Schallbahnen untersucht und von ihnen gezeigt, daß deren drei verschiedene vorhanden sind, in Analogie zu den drei optischen Inversionen beim räumlichen Sehen. Für die mittlere, geradlinige Schallbahn, die für Messungen besonders geeignet ist, wird die Proportionalität der Bildverschiebung mit der Zeitdifferenz gezeigt, die für die vordere Schallbahn, falls sie näherungsweise durch einen Halbkreis ersetzt wird, in das bekannte Sinusgesetz des Richtungshörens übergeht. Die Frage des Mittelpunktes des Hörraumes wird untersucht, da sie für die Bestimmung der Schallrichtung von Wichtigkeit ist. Bei der Zusammensetzung von zwei gleich lauten, gleichartigen Schallbildern, wird gezeigt, daß im allgemeinen vier verschiedene Zusammensetzungsmöglichkeiten vorhanden sind, die sich, oft willkürlich durch kleine äußere und innere Umstimmungen verursacht, abwechseln können, so daß ein fast unübersehbare Mannigfaltigkeit der Erscheinungen entsteht.

Es wird eine Formel abgeleitet für die Zeitdifferenz, die eine einseitige Schallstärkenerhöhung kompensiert und ihre Gültigkeit überprüft. Ebenso wurde für Beobachter, bei denen sich die Hornbostel-Wertheimersche Konstante mit der Lautstärke nicht ändert, eine Formel angegeben, die die Bildverschiebung auf der geradlinigen Schallbahn in Abhängigkeit von der Größe der einseitigen Schallstärkenerhöhung angibt. Zum Schluß wird darauf hingewiesen, daß aus den Beobachtungen die Proportionalität der Erregung mit der Schallstärke an der Stelle der beiderseitigen Vereinigung der Hörnerven folgt, die jedoch nur für den ersten Augenblick der Erregung vorhanden ist.

(Eingegangen 1. April 1930.)

Frequenzabhängigkeit der Funkenspannung in Luft.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Hans Lassen.

Die Messung der Funkenspannung in Luft bei Spannungsstößen von kurzer Dauer (bzw. stark gedämpften hochfrequenten Schwingungen) ist Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen, und es haben sich hieraus wesentlich neue und interessante Vorstellungen über die Entstehung der Entladung in dichten Gasen entwickelt[1]). Es ergibt sich, daß die Funkenspannung in Luft in weiten Grenzen, bis zu Stoßzeiten von 10^{-6}—10^{-7} Sekunden, nicht von der bei Dauerspannung abweicht. Hieraus folgt, daß die Ausbildung eines Funkens ein außerordentlich schneller Vorgang ist, wie dies insbesondere die Oszillogramme von W. Rogowski (l. c.) zeigen. Erst bei noch kleinerer Stoßdauer als etwa 10^{-7} Sekunden ergibt sich eine Erhöhung der Funkenspannung.

Wesentlich andere Verhältnisse liegen bei Anwendung von ungedämpften kontinuierlichen hochfrequenten Schwingungen vor. Ein Einfluß der Frequenz ist naturgemäß nur bei relativ hohen Frequenzen zu erwarten. Die Messungen von E. Goebeler[2]) mit einer Frequenz von 10^5 Hertz ergeben für Spitzenelektroden eine Herabsetzung der Funkenspannung gegenüber Niederfrequenz, infolge von starken Büschelentladungen, welche dem Überschlag vorausgehen. Für Kugel- und Plattenelektroden fand Goebeler jedoch bei dieser Frequenz dieselben Funkenspannungen wie bei Gleichspannung (für Schlagweiten von 0—4 mm).

1) Siehe z. B. W. Rogowski, Arch. f. Elektr. **16**, 496, 1926; Arch. f. Elektr. **20**, 99, 1928; W. O. Schumann, Zeitschr. f. techn. Phys. **11**, 131, 1930, Nr. 5.

2) E. Goebeler, Arch. f. Elektr. **14**, 491, 1924.

Im folgenden soll über Messungen berichtet werden, welche die Bestimmung der Funkenspannung für höhere Frequenzen als 10^5 und die zuletzt genannten Elektrodenformen zum Ziel haben. Orientierende Messungen bei $2{,}45 \times 10^6$ Hertz ergaben für Kugelelektroden eine Abnahme der Funkenspannung um etwa 25 Proz. gegenüber den Werten bei Gleichspannung. Daraufhin wurden systematische Messungen für folgende Frequenzen ausgeführt:

$1{,}1 \times 10^5$ $3{,}1 \times 10^5$ $8{,}8 \times 10^5$ $2{,}45 \times 10^6$ Hertz.

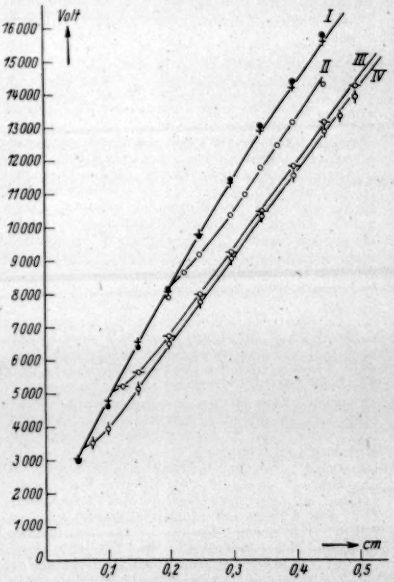
Als Spannungsquelle diente ein Hochfrequenz-Röhrengenerator. Mit diesem Generator ist ein abgestimmter Schwingungskreis gekoppelt, in dem die eigentlichen Messungen gemacht werden. Die Spannung in diesem Kreis kann als rein sinusförmig angesehen werden. Die Bestimmung der Funkenspannung geschieht in der üblichen Weise: Die Spannung an der Funkenstrecke wird langsam und stetig erhöht, bis ein Funkenüberschlag erfolgt, und die entsprechende Spannung an einem Voltmeter abgelesen. Als Voltmeter dient ein Spiegelelektrometer besonderer Konstruktion. Es besteht im Prinzip aus einem dünnen rechteckigen Aluminiumblech, das an einem dünnen Quarzfaden in der Mitte zwischen zwei Plattenelektroden isoliert aufgehängt ist. Die Frequenzen wurden mit einem geeichten Wellenmesser gemessen. Die Elektroden waren, wie üblich, aus Messing. Die eine Elektrode war bei allen Versuchen geerdet, die andere hatte die volle Spannung.

Für Kugeln von 1,1 cm Durchmesser ergaben sich die in der Tabelle zusammengestellten Werte der Funkenspannung (Scheitelspannungen in Volt, auf 760 mm *Hg* und 20° C reduziert).

d (cm)	50 Hertz	$1{,}1 \times 10^5$ Hertz	$3{,}1 \times 10^5$ Hertz	$8{,}8 \times 10^5$ Hertz	$2{,}45 \times 10^6$ Hertz
0,05	3030	2990	3040	2945	2890
0,1	4800	4620	4760	4680	3940
0,15	6600	6400	6470	5640	5140
0,2	8080	8160	7900	6760	6510
0,25	9800	9780	9200	8000	7780
0,3	11350	11460	10375	9260	9040
0,35	12900	13080	11800	10500	10340
0,4	14200	14400	13150	11850	11530
0,45	15600	15800	14300	13150	12875
0,5				14275	13950

Funkenspannung in Abhängigkeit von der Frequenz. Zwei gleiche Kugeln, eine Kugel geerdet. 760 mm *Hg*, 20° C. Kugeldurchmesser 1,1 cm. d = Schlagweite.

Zum Vergleich wurden in derselben Anordnung Messungen mit Wechselspannung von 50 Hertz gemacht. Die entsprechenden Werte sind in der ersten Spalte eingetragen. Allgemein ergibt sich für jede Frequenz folgendes charakteristische Verhalten: bei niedrigen Schlagweiten stimmt die Funkenspannung mit der bei Niederfrequenz gemessenen überein. Von einer bestimmten „kritischen" Schlagweite an tritt eine Erniedrigung der Funkenspannung ein (die entsprechenden Werte sind in der Tabelle durch eine Treppenkurve abgetrennt). Die kritische Schlagweite nimmt mit wachsender Frequenz ab, und ist für $3{,}1 \times 10^5$ Hertz 0,2 cm, für $8{,}8 \times 10^5$ Hertz 0,1 cm und für $2{,}45 \times 10^6$ Hertz nur noch 0,06 cm. Oberhalb der kritischen Schlagweite sind die Funkenspannungen um so niedriger, je höher die Frequenz ist. Diese Gesetzmäßigkeiten treten in der Figur noch deutlicher zutage. Hier ist für jede Frequenz die Abhängigkeit der Funkenspannung von der Schlagweite eingezeichnet. Die Kurven gehen oberhalb der kritischen



Funkenspannung: Zwei gleiche Kugeln, eine Kugel geerdet. Kugeldurchmesser 1,1 cm; 760 mm *Hg*, 20° C.

I + 50 Hertz
• 3,1·10⁵ „
II ○ 8,8·10⁵ „
III ○ 2,45·10⁶ „
IV ◇ 2,45·10⁶ „

Schlagweite bald in einen ausgesprochen geradlinigen Verlauf über. Die Funkenspannungen liegen bei der höchsten gemessenen Frequenz $2{,}45 \times 10^6$ Hertz (entspricht einer Wellenlänge von 126 m) 25 Proz. niedriger als bei 50 Hertz.

Ähnliche Kurven ergeben sich für Kugeln von 2,5 cm Durchmesser und Plattenelektroden. Hierüber wird später an anderer Stelle berichtet werden.

Die Arbeit wurde im Institut für technische Physik der Universität Köln ausgeführt. Dem Direktor des Institutes, Herrn Professor Dr. H. Rukop, bin ich für wertvolle Ratschläge und Förderung meiner Arbeit zu größtem Dank verpflichtet.

(Eingegangen 26. Juli 1930.)

BESPRECHUNGEN.

A. Hay, Die Photographie in Wissenschaft und Praxis. Ein Sammelwerk. 532 S., 192 Abb. im Text, 56 Taf. Leipzig und Wien 1929. Franz Deuticke. Geh. RM 32.—, geb. RM 35.—.

Es gibt ein vorzügliches englisches Buch „Photography as a scientific implement (a collective Work), Glasgow 1924" — ein Buch, das für manchen deutschen Leser nur den einen Fehler hat, daß es in englischer Sprache geschrieben ist. Diesen Fehler hat A. Hay dadurch behoben, daß er es übersetzte. Daß hierbei ein Kapitel über Kinematographie weggelassen wurde, scheint ganz berechtigt. Ref. bedauert dagegen, daß manche in dem englischen Original noch nicht angeschnittene Fragen (etwa: Objektive mit erhöhter Tiefenschärfe; Feinkornentwickler) keine Erwähnung fanden. Das Werk ist folgendermaßen gegliedert:

I. „Abriß der Geschichte der Photographie" von C. R. Gibson, 29 Seiten. Der Verf. behandelt hier u. a. auch die weit (vielleicht bis auf Aristoteles) zurückreichende Geschichte der Lochkamera. — II. „Die Elemente der photogr. Optik" von S. E. Sheppard, 12 Seiten. Eine knappe, gut geschriebene Darstellung der „geometrischen Optik". — III. „Die photogr. Optik" von A. E. Conrady, 47 Seiten. Erweiterung und Vertiefung des Vorangehenden. Hier interessiert besonders die Diskussion der Frage, welche Abblendung aus beugungstheoretischen Gründen zulässig ist, sowie der Abschnitt über Tiefenschärfe. IV. „Die Theorie der photogr. Prozesse und Verfahren". 118 Seiten. In diesem, für den Physiker besonders interessanten Abschnitt behandelt S. E. Sheppard in meisterhafter Weise die Theorien des latenten Bildes, die Chemie des Negatives und des Positives, Sensitometrie und Auflösungsvermögen, endlich (kurz) Sensibilisierung und Lippmannverfahren. — V. „Die Astrophotographie" von C. R. Davidson, 56 Seiten. Der Artikel ist ein kurzer Abriß der experimentellen Astrophysik — Justierung des Refraktors, Ausmessung der Platten, absolute Sternhelligkeiten, Parallaxen, Prismenspektroskope usw. VI. „Die Anwendung der Photogr. in der Physik" von H. Moß, 30 Seiten. Herstellung kürzester Momentaufnahmen, Oszillogramme und ähnliche Registrieraufnahmen, Röntgen- und α-Strahlen, Klangbilder von Vokalen. — Die Kapitel VII. „Die Photogr. im Dienste der Metallindustrie" von J. H. Monypenny (44 Seiten) und VIII. „Die Mikrophotogr." von G. H. Rodman (31 Seiten) stellen ein kurzes Lehrbuch der Mikrophotographie dar. Die folgenden Kapitel IX. „Die Photogr. im Dienste des Vermessungswesens" von H. S. Winterbotham (55 Seiten), X. „Das Luftbildwesen" von F. C. Laws (24 Seiten), XII. „Die Photogr. im Dienste der Reproduktionstechnik" von W. B. Hislop (22 Seiten) und XIII. „Die Photogr. als Beweismittel und im Dienste der Kriminalistik" von W. M. Webb (8 Seiten) berühren das Arbeitsgebiet des Physikers nur lose, und das kurze Kapitel XI. „Die Farbenphotogr." von W. L. Wastell (25 Seiten) wird ihm nicht sehr viel Neues bringen. (Das aussichtsreiche Verfahren von Berthon-Keller-Dorian wird nur kurz erwähnt.) — Den Schluß der deutschen Ausgabe bilden 108 Abbildungen von verschiedenartigen optischen Instrumenten von Zeiß, Busch, Hilger, den Askaniawerken, Leitz und anderen.

v. Angerer.

A. Hay, Handbuch der wissenschaftlichen und angewandten Photographie. Bd. III. Photochemie und photographische Chemikalienkunde. 296 S., 68 Fig. Wien 1929. Springer. Geh. RM 28.—, geb. RM 30.80.

A. Der Beitrag „Photochemie" von A. Coehn und G. Jung steht einerseits mit der speziellen „Photographie" nur in ganz losem Zusammenhang und ist andererseits von hohem physikalischen Gehalt. Im ersten Kapitel werden nach einer kurzen Formulierung des Grothus-Draperschen und des van't Hoffschen Gesetzes die Methoden der Photochemie besprochen: die verschiedenen Lichtquellen mit kontinuierlichem und mit Linienspektrum, Resonanzlampen, Monochromatoren, Lichtfilter; ferner die physikalischen Methoden zur Messung der Absorption. — Das 2. Kapitel bringt einen Überblick über die Wirkung von stehenden Lichtwellen, die Arbeiten von Lippmann und von Wiener mit dem Beweis, daß die photochemische Wirkung durch den elektrischen Vektor bedingt ist, ferner die Untersuchungen von Weigert über Photodichroismus. — Das 3. Kap. behandelt das photochemische Äquivalentgesetz und seine experimentelle Prüfung an 7 verschiedenen Lichtreaktionen, die Kritik dieser Versuche, endlich die „sensibilisierten Reaktionen". — Im 4. Kap. „Die Sekundärreaktionen" zeigen die Verfasser, daß der Mechanismus von Lichtreaktionen in vielen Fällen (z. B. Chlorknallgas-Vereinigung) sehr verwickelt ist. Hier wird ferner der Temperaturkoeffizient und die Geschwindigkeit photochemischer Reaktionen behandelt, der Unterschied zwischen „arbeitsspeichernden" und „katalytischen" Vorgängen dargelegt u. a. — Es folgt im 5. Kap. eine Zusammenstellung von

Lichtreaktionen von 35 Elementen und von zahlreichen organischen Körpern, im 6. Kap. eine Abhandlung über die mit Lichtaussendung vor sich gehenden chemischen Umsetzungen (Chemilumineszenzen). — Daß der Beitrag von Forschern geschrieben ist, die mit den Errungenschaften der modernen Atomphysik wohl vertraut sind, zeigen auch die zahlreichen Hinweise auf neue Arbeiten auf diesem Gebiete.

B. Der Beitrag von J. Daimer, „Photographische Chemikalienkunde" charakterisiert auf 104 Seiten über 300 alphabetisch geordnete Stoffe (etwa: Albumin . . . Asphalt. . . . Farbstoffe . . . Kautschuk . . . Natriumphosphat . . . Selen . . . Wachs . . .). Meist wird nach einer kurzen Beschreibung „Erkennung und Prüfung" und „Verwendung" des Stoffes angegeben. Ein in der technischen Chemie wenig firmer Physiker wird in vielen Fällen für dieses kleine chemische Lexikon dankbar sein. v. Angerer.

A. Hay, Handbuch der wissenschaftlichen und angewandten Photographie. Bd. VIII. Farbenphotographie. 246 S., 131 Fig., 8 Taf. Wien 1929. Springer. Geh. RM 24.—, geb. RM 26.80.

Der VIII. Band des Handbuches bringt zunächst einen Beitrag „Photographische Licht- und Farbenlehre" von A. v. Hübl (87 Seiten), mit den beiden Abschnitten „Das Licht" und „Die Farbe". Im ersten sind besonders klar die Beziehungen zwischen Transparenz, Opazität und Dichte (Schwärzung) dargestellt, ferner die Unterschiede zwischen objektiver und subjektiver Helligkeit. Im zweiten Abschnitt interessiert besonders die Theorie und die Praxis der Körperfarben. Eingestreute kluge psychologische Beobachtungen über das dargestellte Gebiet fesseln die Aufmerksamkeit des Lesers. Der Beitrag wird durch eine kurze Abhandlung über Farbfilter für verschiedene Zwecke, z. B. Dreifarbendruck, beschlossen. — Es folgt der Abschnitt „Spektrumphotographie" von L. Grebe. Auf 88 Seiten werden hier vorzugsweise die dem Spektroskopiker zur Verfügung stehenden Apparate, Prismen- und Gitterspektrographen, Interferenzspektroskope, ferner (kürzer) Vakuum- und Röntgenspektrographen behandelt. Der Name des Verfassers bürgt für den Gehalt dieses Beitrages, der (nach Meinung des Ref.) mehr für Physiker als für „Photographen" geschrieben erscheint. — Der dritte Abschnitt des Bandes, „Die Praxis der Farbenphotographie" von E. J. Wall (103 Seiten) bringt vor allem eine ausführliche Beschreibung der Drei- und Zweifarbenverfahren, ferner die physikalisch interessanten Methoden von Seebeck, von Lippmann, das Ausbleichverfahren sowie die Versuche, mittels prismatischer Dispersion oder mittels „Linsenplatten" farbige Bilder zu erhalten. Den Schluß des Bandes bilden 8 Tafeln (Autotypie), und zwar: Eisenspektrum von 6600—2925 A.E., 1 A.E. = 0,6 bzw. 0,5 mm; ferner 22 ausgewählte Spektren aus dem Atlas von Eder und Valenta, endlich: Sonnenspektrum von 4126—3865 A.E. aus dem Rowlandschen Atlas. v. Angerer.

L. Prandtl und A. Betz, Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik. (Flüssigkeit mit kleiner Reibung; Tragflügeltheorie, I. und II. Mitteilung; Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust.) Neudruck aus den Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses zu Heidelberg und aus den Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mit einer Literaturübersicht als Anhang. Göttingen 1927. Im Selbstverlag des Kaiser Wilhelm-Instituts für Strömungsforschung. Geb. RM 4.—.

Trotzdem der Austausch der Sonderabdrücke heute bereits ein außerordentlich wertvolles, fast nicht mehr zu entbehrendes Hilfsmittel geworden ist, um die engere Fachliteratur einigermaßen vollständig zu erhalten, so sind doch — begreiflicherweise — gerade die wichtigsten Arbeiten, wenn erst einmal ein paar Jahre seit ihrem Erscheinen verflossen sind, meist nicht mehr zu beschaffen. Daher werden es sicher alle Hydro- und Aerodynamiker aufs Freudigste begrüßen, daß das Kaiser Wilhelm-Institut für Strömungsforschung sich entschlossen hat, die beiden grundlegenden Arbeiten Prandtls, die über die Grenzschichttheorie und die über die Tragflügeltheorie, in einem Sammelbändchen vereinigt, dem Buchhandel zugänglich zu machen. Erfreulicherweise wird die letztere noch ergänzt durch die wichtige Anwendung, die die Tragflügeltheorie durch Betz für den Schraubenpropeller kleinsten Energieverlusts erfahren hat.

Grenzschichttheorie und Tragflügeltheorie sind heute nicht nur Gemeingut aller hydrodynamischen Wissenschaftler, sondern auch die Technik des Wassers und der Luft zählt sie zu ihren wertvollsten Hilfsmitteln, und der Vater dieser Gedanken hat gerade in neuester Zeit, worauf wir Deutsche mit ihm stolz sein dürfen, in England, das in der Hydrodynamik immer mit an erster Stelle stand, für seine Arbeiten die größten Ehrungen erfahren.

Daß auch solche Leistungen ihre Zeit brauchen, um in ihrem vollen Umfang gewürdigt zu werden, dafür sei eine Bemerkung aus August Föppls „Technischer Mechanik" von 1910 zitiert, der nach einer kurzen Wiedergabe der Prandtlschen Grenzschichtgedanken und einer Titelangabe der anschließenden Dissertationen (Blasius, Boltze) sagt: „Eine befriedigende Lösung der ganzen Frage vermag ich in diesen an sich sehr verdienstvollen Arbeiten einstweilen freilich nicht zu erblicken. Deshalb sehe ich von einer ausführlichen Wiedergabe hier ab."

Sehr wertvoll für alle, die sich auf diesen Gebieten orientieren wollen, ist noch der Anhang, der eine Übersicht und kurze Inhaltsangabe der weiteren hier entstandenen Arbeiten gibt. L. Schiller.

H. Schmidt, Aerodynamik des Fluges. Gr.-8°. VIII u. 258 S., mit 81 Figuren. Berlin u. Leipzig 1929. Walter de Gruyter & Co. RM 15.—, geb. RM 16.50.

Es ist ein Wagnis kurz nach dem Erscheinen der von Holl besorgten deutschen Ausgabe von Glauert-Cambridge (Elemente der Tragflügel- und Luftschraubentheorie) und W. Müllers Mathematischen Strömungslehre und beinahe gleichzeitig mit der Hydro- und Aeromechanik von Prandtl-Tietjens ein Buch über die Aerodynamik des Fluges zu bringen — ein Wagnis nicht nur von dem hier nicht interessierenden Standpunkt des Verlegers, sondern auch vom wissenschaftlichen des Verfassers. Muß er denn nicht fürchten, daß an sein Buch ein wesentlich anderer Maßstab gelegt wird, weil es eben nicht mehr als eine Lücke im Schrifttum ausfüllend begrüßt wird.

Das Bessere ist des Guten Feind. Es soll zugegeben werden, daß das Schmidtsche Buch in mathematischer Beziehung wesentlich breiter angelegt ist und deshalb einem mathematisch interessiertem Leser mehr bietet als eines der anderen, dagegen vermag ich in physikalischer und technischer Richtung keine Überlegenheit zu entdecken, die doch von einem Buch, das keine Originalarbeit darstellt, sondern nur eine Verarbeitung fremder Erkenntnisse, unbedingt gefordert werden müßte. Im Gegenteil man könnte vielleicht sogar einwenden, daß die aus didaktischen Gründen zu fordernde Trennung von mathematischen und physikalischen Möglichkeiten nicht immer ganz scharf ist. Beispielsweise ist doch die Behandlung des ebenen Problems eine Sache, die ein grundsätzliches Interesse beansprucht, und in der Aerodynamik nicht deshalb von Bedeutung, weil durch die in der Praxis üblichen Flügel mit großer Spannweite und geringer Tiefe der Gedanke an den Flügel mit unendlicher Spannweite und endlicher Tiefe naheliegt, wie man nach S. 58 glauben könnte.

Beim Verarbeiten von Originalarbeiten ist auch ein Fehler stehen geblieben: das in Fig. 69, S. 191 dargestellte Profil ist ein Joukowsky-Profil (432) und es ist sowohl Höhndorf, der das Beispiel zuerst bearbeitete, als auch Schmidt, der es in sein Buch mitaufgenommen hat, entgangen, daß die beim Umzeichnen auf einen größeren Maßstab entstandenen Zeichenungenauigkeiten die Aus- und Einbeulungen verursachen, die durch die ziemlich mühsame Transformation der z^+-Ebene in die z-Ebene zwar „nicht völlig verschwinden, doch immerhin merklich schwächer werden". Schilhansl.

Berichtigung.

In dem Bericht „Die Dispersion der optischen Drehung amorpher Systeme", von G. Kortüm, Physik. Zeitschr. **31**, 643, ist die Formel (6) zu schreiben:

$$\varepsilon = \mathfrak{n}^2 = 1 + \sum_h \frac{N e^2}{\pi m_h} \cdot \frac{f_h}{(\nu_h^2 - \nu^2) + i G \nu} \qquad (6)$$

Tagesereignisse.

Vom 1. August an werden an jedem Tage um 16,00^h (bezogen auf Welle + 5) auf Welle 16060 Kilo-Hertz von der U. S. Marinestation NAA (Washington), Nachrichten gesandt über die Solarkonstante, Erdmagnetismus und Sonnenflecke. Die Nachricht beginnt mit den Buchstaben URSI (Union Radio Scientifique Internationale) und endigt mit den Buchstaben SCIENSERVC (die Telegrammadresse des Science Service, Washington D. C. U. S. A.). Die Nachrichten werden in einer abgekürzten Form weitergegeben, die Interessenten erfahren können von der Redaktion dieser Zeitschrift oder direkt vom "Science Service, 21 and B streets, Washington D. C. U. S. A.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: an der Universität Würzburg Dr. Rudolf Crieger für Chemie, an der Universität Halle Oberstudienrat Dr. Fritz Neiss für Mathematik.

Ernannt: Der Professor der organischen Chemie an der Universität Leeds Dr. C. K. Ingold in gleicher Eigenschaft an der Universität London, der ord. Professor der Chemie an der Tierärztlichen Hochschule Hannover und derzeitiger Rektor derselben Dr. Peter Danckwortt zum Mitglied der Internationalen Akademie für kriminalistische Wissenschaften (wegen seiner Arbeiten über Ermittelung von Fälschungen mit Hilfe des ultravioletten Lichtes), der Konservator am Institut für angewandte Chemie der Universität Erlangen Dr. Günther Scheibe zum etatsmäßigen a. o. Professor für physikalische Chemie ebenda, der Privatdozent an der Forstlichen Hochschule Eberswalde Dr. M. Köhn zum a. o. Professor für Kolloidchemie ebenda, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Ing. Hermann Salmang zum a. o. Professor für Silikatchemie an der gleichen Hochschule, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Ing. Eugen Wigner zum a. o. Professor für Theoretische Physik ebenda, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Groningen Dr. B. L. van der Waerden in gleicher Eigenschaft an der Universität Leipzig, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Leipzig Dr. Heinrich Wienhaus zum planmäßigen ord. Professor der organischen Chemie und Vorstand der organischen Abteilung am Chemischen Laboratorium derselben Universität.

Neuer Lehrauftrag: Der Privatdozent für Physik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Dr. phil. Erich Hückel (zuletzt in Leipzig) hat einen Lehrauftrag für Chemische Physik an der Technischen Hochschule Stuttgart erhalten.

Gestorben: Der Herausgeber der „Mineralchemie" und frühere ord. Professor der Mineralogie an der Technischen Hochschule Wien, Hofrat Dr. Cornelio Dölter, der frühere a. o. Professor der chemischen Technologie an der Universität Jena Hofrat Dr. Eduard Vongerichten in Sigmaringen, der frühere ord. Professor der Chemie an der Universität Uppsala Dr. Oskar Widman, der Direktor der Päpstlichen Sternwarte in Rom P. Giovanni Hagen, der ord. Professor für physikalische Chemie an der Universität Breslau Dr. Walter Herz.

Gesuche.

Physiker

Arbeiten vorwiegend über Wellenmechanik, erfolgreiche Tätigkeit in Industrielaboratorium nachweisbar,

sucht Stellung

Angebote unter S. H. 30 an den Verlag dieser Zeitschrift

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig